

**LAPORAN AKHIR
PENELITIAN FUNDAMENTAL**



**IDENTIFIKASI DAN VALIDASI
PENGETAHUAN MATEMATIKA UNTUK MENGAJAR
PEMBAGIAN BILANGAN PECAHAN**

Tahun ke 1 (satu) dari rencana 2 (dua) tahun

**Dr. Sugilar (NID: 0003055704)
Drs. Tarhadi, M.Si. (NID: 0004105609)**

UNIVERSITAS TERBUKA

OKTOBER, 2014

HALAMAN PENGESAHAN
PENELITIAN FUNDAMENTAL

Judul Penelitian	: Identifikasi dan Validasi Pengetahuan Matematika untuk Mengajar Pembagian Bilangan Pecahan
Kode>Nama Rumpun Ilmu	: 772/Pendidikan Matematika
Ketua Peneliti:	
a. Nama Lengkap	: Dr. Sugilar
b. NIDN	: 0003055704
c. Jabatan Fungsional	: Lektor Kepala
d. Program Studi	: Pendidikan Matematika
e. Nomor HP	: 0811446899
f. Alamat surel (e-mail)	: gilar@ut.ac.id
Anggota Peneliti (1)	
a. Nama Lengkap	: Drs. Tarhadi, M.Si.
b. NIDN	: 0004105609
c. Perguruan Tinggi	: Universitas Terbuka
Anggota Peneliti (2)	
a. Nama Lengkap	:
b. NIDN	:
c. Perguruan Tinggi	:
Institusi Mitra (jika ada)	
Nama Institusi Mitra	
Tahun Pelaksanaan	
: Tahun ke 1 (satu) dari rencana 2 (dua) Tahun	
Biaya Tahun Berjalan	
: 47.500.000/0	
Biaya Penelitian Keseluruhan	
: 125.000.000	

Mengetahui,
Dekan FKIP-UT

Udan Kusnawan, Ph.D.
196004051996031002



Bengkulu, 20 Oktober 2014

Ketua Peneliti,

Sugilar

Dr. Sugilar
195705031987031002

Menyetujui,
Ketua Lembaga Penelitian



Ir. Kristanti Ambar Puspitasari, M.Ed., Ph.D.
196102121986032001

RINGKASAN PENELITIAN

IDENTIFIKASI DAN VALIDASI PENGETAHUAN MATEMATIKA UNTUK MENGAJAR PEMBAGIAN BILANGAN PECAHAN

Pengetahuan matematika untuk mengajar (*mathematical knowledge for teaching*) merupakan pengetahuan matematika bagi guru yang mengajar matematika yang memungkinkan ia dapat memberikan penjelasan dan definisi yang akurat dan dapat dipahami, mengajukan pertanyaan yang baik, menilai pembelajaran dan merencanakan kegiatan pengajaran, memberikan contoh gagasan matematika dan menghubungkannya dengan gagasan matematika yang lain, menilai buku teks, dan memilih bahan-bahan pengajaran. Tiga komponen PMM yang menjadi fokus penelitian ini ialah: pengetahuan matematika umum (*common mathematical content knowledge*), pengetahuan matematika khusus (*specialized mathematical content knowledge*), dan pengetahuan matematika wawasan (*horizon mathematical content knowledge*).

Sebagai sebuah model pengembangan PMM, penelitian ini mengambil topik khusus, yaitu pengetahuan matematika untuk mengajar pembagian bilangan pecahan di Sekolah Dasar dan dilaksanakan dalam dua tahun penelitian. Tahun pertama, penelitian ini merupakan identifikasi PMM yang menghasilkan seperangkat kompetensi dasar PMM pembagian bilangan pecahan bagi guru SD, butir soal untuk menguji kompetensi tersebut, dan bahan ajar berbentuk modul untuk mencapai kompetensi dasar tersebut. Metode penelitian yang digunakan pada tahun pertama ini ialah metoda Delphi untuk mendapatkan konsesus dari para dosen program studi pendidikan matematika dalam merumuskan kompetensi dasar PMM yang dibutuhkan para guru berdasarkan beberapa teori PMM. Hasil identifikasi PMM yang melibatkan lima narasumber dan dua putaran metoda Delphi menghasilkan 16 butir PMM. Berdasarkan 16 kompetensi guru untuk PMM tersebut dikembangkan bahan ajar modul untuk pelatihan guru SD dalam mengajarkan pembagian bilangan pecahan dan tes PMM bagi guru.

Tahun kedua, penelitian ini akan melaksanakan pelatihan bagi guru mengenai PMM pembagian bilangan pecahan. Selanjutnya, pada tahun kedua, ini dikumpulkan data skor PMM pembagian bilangan pecahan dan skor hasil belajar siswa mengenai pembagian bilangan pecahan. Mengingat data yang dikumpulkan mengandung beberapa level data (seperti sekolah, kelas, guru, siswa) yang dapat mempengaruhi skor hasil belajar siswa, maka pada analisis data akan digunakan *Hierarchical Linear Model* untuk menguji dan mengukur besaran kontribusi pengetahuan guru mengenai masing-masing pengetahuan umum, khusus, dan wawasan dalam PMM (Pengetahuan Matematika untuk Mengajar) terhadap hasil belajar siswa dalam materi pembagian bilangan pecahan.

PRAKATA

Penelitian ini mengenai pengajaran matematika di tingkat sekolah dasar yang terkait dengan kompetensi guru. Fokus penelitian ini ialah Pengetahuan Matematika untuk Mengajar (PMM) pembagian bilangan pecahan di sekolah dasar berdasarkan Kurikulum 2013. Dalam Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 14 Tahun 2005 tentang Guru dan Dosen disebutkan bahwa guru perlu memiliki kompetensi yang diperlukan sesuai dengan bidang tugasnya dan kompetensi guru tersebut meliputi kompetensi pedagogik, kompetensi kepribadian, kompetensi sosial, dan kompetensi profesional yang diperoleh melalui pendidikan profesi. PMM terkait dengan kompetensi professional guru.

Hasil penelitian ini diharapkan dapat menyumbangkan gagasan terhadap pengembangan pendidikan profesi guru sekolah dasar dalam rangka menghasilkan guru yang professional. Lembaga pendidikan yang melaksanakan pendidikan bagi guru sekolah dasar, termasuk Universitas Terbuka, diharapkan dapat menjawab secara lebih ilmiah pertanyaan dasar: pengetahuan apa yang perlu dikuasai oleh seorang guru SD supaya dapat melaksanakan pembelajaran matematika di kelasnya secara efektif. Pertanyaan dasar ini perlu dikaji secara serius bilamana diinginkan tercapai pendidikan guru sekolah dasar yang tepat dan berguna.

Peneliti menyampaikan terima kasih kepada Direktorat Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan yang telah memberikan dana untuk penelitian ini. Selanjutnya peneliti juga menyampaikan terima kasih kepada Universitas Terbuka, khususnya kepada Ir. Kristanti Ambar Puspitasari, Ph.D sebagai Ketua Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat dan Drs. Udan Kusmawan, Ph.D sebagai Dekan FKIP-UT yang telah memberikan dukungan terhadap pelaksanaan penelitian ini. Akhir kata, peneliti menyampaikan terima kasih kepada semua pihak yg telah turut serta dalam penelitian ini. Kepada Allah SWT kita berharap kebaikan dalam semua langkah hidup kita ini.

Tangerang Selatan, Oktober 2014

DAFTAR ISI

Bab I Pendahuluan	5
1. Latar Belakang	5
2. Identifikasi dan Pembatasan Masalah	9
3. Perumusan dan Pertanyaan Penelitian	11
Bab II Kajian Pustaka	13
1. Pengetahuan Matematika untuk Mengajar	13
a. Pengertian Pengetahuan Matematika untuk Mengajar	13
b. Komponen Pengetahuan Matematika untuk Mengajar	14
c. Dampak PMM Guru terhadap Hasil Belajar Siswa	16
d. Instrumen untuk Mengukur PMM	18
2. Pembagian Bilangan Pecahan	20
Bab III Tujuan dan Manfaat	24
1. Tujuan Penelitian	24
2. Manfaat Penelitian	24
Bab IV Metode Penelitian	26
1. Lingkup Penelitian	26
2. Langkah-langkah Penelitian	26
3. Model Identifikasi Pengetahuan Matematika untuk Mengajar	27
4. Keluaran Penelitian	30
Bab V Hasil Penelitian	31
1. Identifikasi PMM Pembagian Bilangan Pecahan di Sekolah Dasar untuk Pengetahuan Matematika Umum	31
2. Identifikasi PMM Pembagian Bilangan Pecahan di Sekolah Dasar untuk Pengetahuan Matematika Khusus	33
3. Identifikasi PMM Pembagian Bilangan Pecahan di Sekolah Dasar untuk Pengetahuan Matematika Wawasan	40
Bab V Kesimpulan dan Rekomendasi	49
1. Kesimpulan	49
2. Rekomendasi	50
Daftar Pustaka	51
Lampiran 1: Instrumen Putaran Pertama Metoda Delphi	54

BAB I

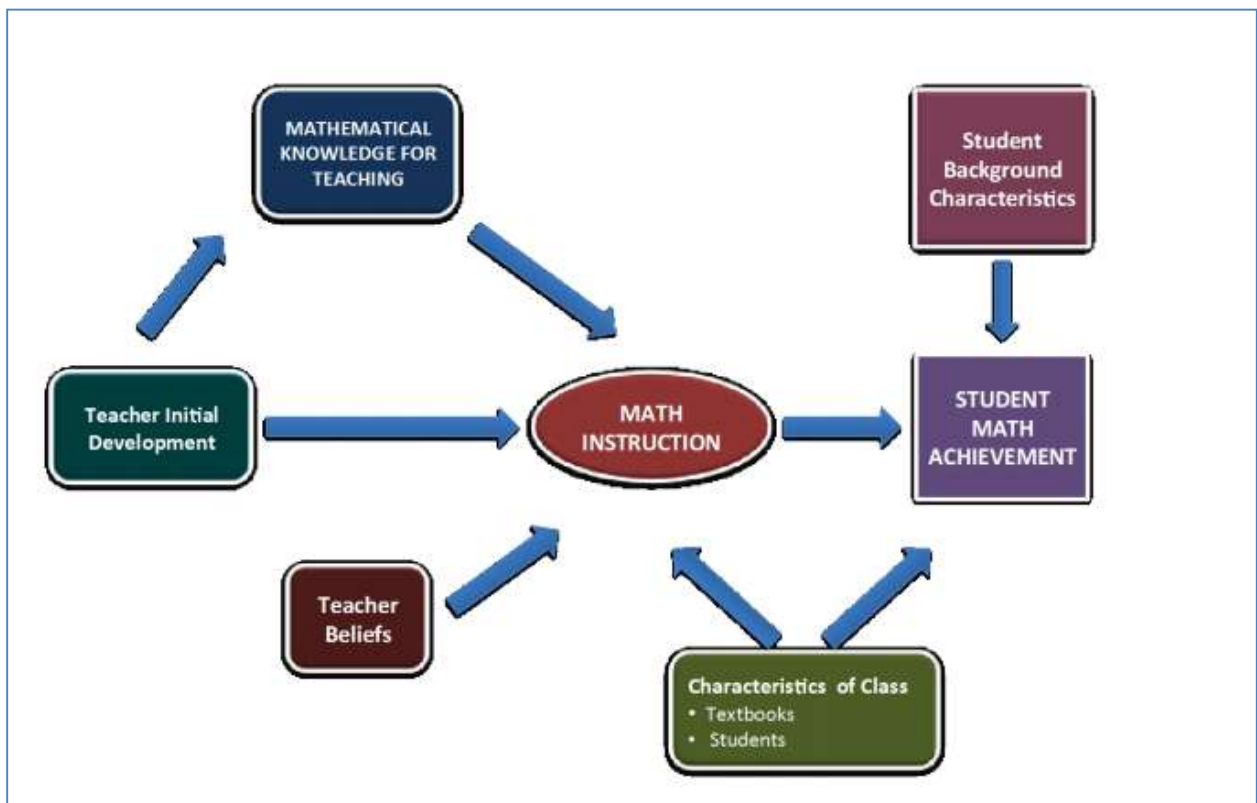
PENDAHULUAN

1. Latar Belakang

Hasil belajar matematika siswa di Indonesia sampai saat ini belumlah menggembirakan. Kompas (2012) melaporkan hasil kajian Trends in Mathematics and Science Study (TIMSS) yang diikuti siswa kelas VIII Indonesia tahun 2011 yang menunjukkan bahwa untuk bidang matematika, Indonesia berada di urutan ke-38 dengan skor 386 dari 42 negara yang siswanya dites. Lebih lanjut, Kompas mencatat bahwa skor Indonesia ini turun 11 poin dari penilaian tahun 2007. Ini berarti ketika negara lain memperoleh kemajuan dalam pembelajaran matematika, pembelajaran matematika di Indonesia tidak mengalami kemajuan sebaik negara lain. Di dalam negeri pun, pembelajaran matematika di Sekolah Dasar (SD) belum menghasilkan belajar yang bermakna bagi siswanya. Hasil UN 2013, untuk tingkat SD menunjukkan kecenderungan bahwa mata pelajaran matematika merupakan mata pelajaran yang memiliki rerata nilai lebih kecil daripada mata pelajarannya lainnya. Misalnya di DIY Yogyakarta, rerata untuk mata pelajaran matematika pada UN 2013 sebesar 7,39, sedangkan untuk mata pelajaran IPA dan Bahasa Indonesia masing-masing sebesar 7,62 dan 8,43 (Pengumumanun.com, 2013). Hasil UN 2103 di DKI Jakarta pun menunjukkan hal yang serupa, rerata nilai untuk mata pelajaran matematika adalah 7,20, sedangkan mata pelajaran IPA dan Bahasa Indonesia masing-masing 7,75 dan 8,10 (SatuNews.com, 2013).

Keberhasilan belajar siswa dalam matematika ditentukan oleh banyak faktor, seperti digambarkan dalam Gambar 1. Penelitian yang dilakukan oleh Lamb & Fullarton (2001) melaporkan bahwa hasil belajar siswa dalam matematika banyak dibedakan oleh faktor kelas, yaitu faktor yang terkait dengan komposisi dan organisasi kelas. Lai (2008) menemukan bahwa faktor kepercayaan diri dalam mata pelajaran matematika, keterlibatan orang tua dalam matematika, dan partisipasi dalam kegiatan ekstrakurikuler dalam matematika merupakan tiga faktor yang berpengaruh terhadap hasil belajar siswa dalam matematika. Saritas & Akdemir (2009) menyimpulkan bahwa faktor metoda dan strategi pembelajaran, kompetensi guru dalam pendidikan matematika, dan motivasi serta konsentrasi

belajar siswa merupakan tiga faktor yang paling mempengaruhi hasil belajar siswa dalam matematika. Penelitian oleh Shin, Lee & Kim (2009) memperlihatkan hasil yang lebih rumit, yaitu bahwa (1) preferensi siswa terhadap pembelajaran merupakan prediktor terhadap hasil belajar siswa di Korea dan Jepang, tetapi tidak di Amerika Serikat, (2) minat terhadap matematika merupakan prediktor yang lebih kuat dibandingkan motivasi belajar siswa di Korea dan Jepang, tetapi di Amerika Serikat berlaku kebalikannya, (3) iklim disiplin sekolah merupakan prediktor yang kuat terhadap hasil belajar matematika di tiga negara yang diteliti, dan (4) hubungan siswa-guru berpengaruh terhadap hasil belajar hanya di Jepang saja. Hasil penelitian Demir & Kilic (2010) menunjukkan bahwa lokasi sekolah, jenis kelamin, dan minat serta kesenangan terhadap matematika memberikan dampak positif terhadap hasil belajar matematika, tetapi variabel strategi belajar justru memberikan dampak negatif terhadap hasil belajar matematika.



Gambar 1. Hubungan Guru, Pembelajaran, dan Hasil Belajar Siswa*)

*)Dikutip dari Gencturk (2012:5)

Di Indonesia, faktor guru sering menjadi sorotan utama untuk menjelaskan keberhasilan siswa dalam belajar matematika. Seorang pakar matematika ketika diminta harian Kompas (Kompas, 2012) untuk menanggapi hasil kajian TIMSS mengenai rendahnya prestasi belajar matematika siswa kelas VIII Indonesia tahun 2011 menyatakan bahwa kelemahan utama buruknya pembelajaran matematika akibat kualitas guru matematika yang rendah. Di lain kesempatan, terkait dengan penerapan Kurikulum 2013, pakar pendidikan Suyanto (2013) mengatakan bahwa guru memegang kunci utama dalam suksesnya sebuah implementasi kurikulum, guru yang baik (profesional) akan mampu dan sanggup mengubah kurikulum yang kurang baik sekalipun menjadi sebuah program pembelajaran yang bermakna bagi para siswa. Shadiq (2013) menyatakan bahwa peran guru matematika sangat penting dan guru matematika akan sangat menentukan keberhasilan siswanya, karena dengan kemampuannya, gurulah yang akan memerahkan atau menghijsaukan siswanya.

Berbeda dengan pandangan para pakar di Indonesia yang hampir seragam dalam menyoroti peran guru terhadap keberhasilan belajar siswa dalam matematika, dalam berbagai penelitian peran guru terhadap keberhasilan belajar siswa dalam matematika justru menghasilkan temuan yang tidak konsisten. Seperti yang disimpulkan oleh Gencturk (2012) berdasarkan beberapa sumber bahwa temuan dari berbagai penelitian terakhir menunjukkan bahwa hubungan antara guru, pengajaran, dan hasil belajar telah tercampur baur. Sebagai contoh, penelitian oleh Lamb & Fullarton (2001) melaporkan bahwa peranan guru terhadap terhadap hasil belajar siswa dalam matematika seperti yang tertuang dalam data TIMSS tahun 1999 sangatlah kecil. Peranan guru dalam penelitian Lamb & Fullarton tersebut mencakup variabel pengalaman mengajar, jenis kelamin, kualifikasi, waktu yang digunakan untuk mengajar matematika, metoda mengajar berbasis buku teks, dan banyaknya pekerjaan rumah yang diberikan. Semua variabel guru tersebut hanya memberikan variasi sebesar 3 persen saja terhadap skor dalam TIMSS. Selanjutnya, Kiamanesh (2004) meneliti delapan faktor dengan salah satu faktornya adalah faktor guru yang diduga berkontribusi terhadap hasil belajar siswa dalam skor dari TIMSS tahun 1999. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa faktor guru hanya berkontribusi 1,6 persen dari 20,7 persen variasi skor matematika dari TIMSS tersebut. Faktor guru yang diteliti tersebut meliputi kegiatan yang dilakukan oleh guru,

seperti mendiskusikan masalah praktis ketika mengajarkan topik baru matematika, menggunakan hal-hal dari kehidupan sehari-hari dalam memecahkan masalah matematika, menerapkan kerja kelompok dalam pasangan atau kelompok kecil, mendiskusikan pekerjaan rumah, dan melaksanakan kegiatan proyek matematika. Hasil penelitian yang berbeda dilakukan oleh Al-Agili, Mamat, Abdulla, & Maad (2012). Penelitian yang dilakukannya menggunakan data skor hasil belajar matematika yang diambil dari hasil tes di sekolah. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa faktor praktek pengajaran dalam kelas mempengaruhi secara positif pada hasil belajar matematika dan ditemukan bahwa makin tinggi pengalaman dan kualifikasi guru makin tinggi pula praktek kegiatan mengajar di dalam kelas. Dari beberapa penelitian yang diungkapkan di muka jelaslah bahwa hasil penelitian mengenai peranan guru terhadap hasil belajar siswa dalam pelajaran matematika menunjukkan hasil yang tidak konsisten.

2. Identifikasi dan Pembatasan Masalah

Ke-tidak-konsisten-an hasil penelitian mengenai peranan guru terhadap hasil belajar siswa dalam matematika dapat disebabkan oleh terlalu luasnya definisi operasional mengenai variabel peranan guru. Pada banyak penelitian variabel peranan guru memiliki spektrum yang luas, bahkan untuk satu aspek yang lebih khusus, yaitu variabel Pengetahuan Matematika untuk Mengajar (PMM) ternyata tidak memiliki ukuran yang seragam. Hal ini dinyatakan oleh Hill & Ball (2005) *“Despite this widespread interest and concern, what counts as ‘subject matter knowledge for teaching’ and how it relates to student achievement has remained inadequately specified in past research.”* (p. 372). Lebih lanjut Hill & Ball (2005) mengamati bahwa para peneliti sering mengukur PMM tersebut melalui variabel yang mewakilinya (*proxy variable*), seperti mata kuliah yang pernah diambil, gelar akademik yang diperoleh, atau hasil sebuah tes keterampilan dasar dalam materi matematika. Padahal, menurut kedua pakar tersebut, pengetahuan matematika untuk mengajar (PMM) meliputi lebih dari sekadar mata kuliah matematika yang telah diambil atau hasil tes keterampilan dasar matematika, misalnya, guru matematika tidak hanya membutuhkan pengetahuan menghitung secara benar tetapi juga membutuhkan pengetahuan bagaimana menggunakan gambar atau diagram untuk merepresentasikan konsep dan prosedur matematika kepada

siswa. Karena pengetahuan guru tersebut tidak terukur secara memadai maka hasil-hasil penelitian mengenai dampak pengetahuan guru terhadap hasil belajar siswa menjadi tidak konsisten hasilnya.

Akhir-akhir ini, beberapa peneliti pendidikan matematika memfokuskan perhatian pada PMM (Pengetahuan Matematika untuk Mengajar) sebagai suatu konstruk. Hal ini didasari oleh berbagai temuan penelitian seperti yang disimpulkan oleh Hill & Ball (2005) bahwa dampak peranan guru terhadap hasil belajar siswa digerakkan oleh kemampuan guru untuk memahami dan menggunakan pengetahuan isi materi pelajaran untuk melaksanakan kegiatan mengajar. Mengutip berbagai sumber mengenai PMM untuk membelajarkan siswa dalam mata pelajaran matematika, Gencturk (2012) menyatakan bahwa “[T]eachers must know and understand deeply the mathematics they are teaching and be able to draw on that knowledge with flexibility in their teaching tasks” (p. 17). Dalam Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 14 Tahun 2005 tentang Guru dan Dosen pengetahuan guru yang dimaksud disebut dengan kompetensi yang memiliki pengertian lebih luas, yaitu bahwa kompetensi adalah seperangkat pengetahuan, keterampilan, dan perilaku yang harus dimiliki, dihayati, dan dikuasai oleh guru atau dosen dalam melaksanakan tugas keprofesionalan. Selanjutnya Undang-Undang tentang Guru dan Dosen tersebut menyebutkan bahwa guru perlu memiliki kompetensi yang diperlukan sesuai dengan bidang tugasnya dan kompetensi guru tersebut meliputi kompetensi pedagogik, kompetensi kepribadian, kompetensi sosial, dan kompetensi profesional yang diperoleh melalui pendidikan profesi.

PMM merupakan salah satu komponen dalam kompetensi guru yang diamanatkan dalam undang-undang tentang guru dan dosen seperti yang diutarakan sebelumnya. PMM merupakan penjabaran yang spesifik dari kompetensi yang dimaksud. PMM juga terkait dengan kebutuhan dalam pelatihan dan pendidikan guru yang memunculkan pertanyaan spesifik: pengetahuan apa yang perlu dikuasai guru agar mereka dapat menjadi guru yang membelajarkan siswanya? Lebih khusus, pengetahuan apa yang perlu diajarkan oleh lembaga pendidikan dan tenaga kependidikan (LPTK) kepada calon guru yang akan mengajarkan mata pelajaran matematika kepada siswanya? Selanjutnya, bagaimana mengidentifikasi pengetahuan yang perlu dimiliki oleh guru untuk mengajar mata pelajaran

matematika? Bagaimana memvalidasi pengetahuan yang perlu dimiliki oleh guru untuk mengajar mata pelajaran matematika?

Teori mengenai PMM (Pengetahuan Matematika untuk Mengajar) telah lama berkembang dan menjadi focus perhatian para peneliti. Pada penelitian ini digunakan teori PMM yang dikembangkan oleh Ball (2008). Seperti dikutip Lo & Luo (2012), Ball (2008) menggolongkan pengetahuan isi materi (*subject matter knowledge*) untuk mengajar kedalam tiga kategori, yaitu pengetahuan isi materi umum (*common content knowledge*), pengetahuan isi materi khusus (*specialized content knowledge*), dan pengetahuan isi materi wawasan (*horizon content knowledge*). Pengetahuan isi materi merupakan penguasaan guru terhadap materi matematika yang diajarkan di kelas. Pengetahuan isi materi khusus merupakan penguasaan guru terhadap isi materi matematika yang dibutuhkan untuk mengajarkan materi matematika tersebut di kelas. Pengetahuan isi materi wawasan merupakan penguasaan guru terhadap kaitan suatu topik yang diajarkan dengan topik matematika lainnya di luar yang tercakup dalam kurikulum. Masalah penelitian dibatasi pada isi materi pembagian bilangan pecahan di Sekolah Dasar. Pemilihan isi materi pembagian bilangan pecahan didasarkan pada pentingnya pemahaman mengenai bilangan pecahan di sekolah dasar, seperti yang dinyatakan oleh Lo & Luo (2012) bahwa (1) bilangan pecahan merupakan topik yang dipandang menantang untuk dipelajari oleh siswa dan diajarkan oleh guru, (2) penguasaan materi bilangan pecahan merupakan prasyarat untuk mempelajari aljabar, dan (3) pembagian bilangan pecahan melibatkan satuan pecahan yang mencakup semua konsep dan keterampilan yang terkait dengan pecahan.

3. Perumusan Masalah dan Pertanyaan Penelitian

Seperti telah disampaikan di muka, penelitian ini berfokus pada hal yang terkait dengan Pengetahuan Matematika untuk Mengajar (PMM). Masalah penelitian ini adalah identifikasi pengetahuan guru mengenai isi materi untuk mengajar pembagian bilangan pecahan di SD dan validasi sejauhmana pengetahuan guru tersebut berkontribusi terhadap hasil belajar siswa. Pertanyaan penelitian ini dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana mengidentifikasi pengetahuan mengenai isi materi umum yang perlu dikuasai oleh guru yang mengajar pembagian bilangan pecahan di Sekolah Dasar?
2. Bagaimana mengidentifikasi pengetahuan mengenai isi materi khusus yang perlu dikuasai oleh guru yang mengajar pembagian bilangan pecahan di Sekolah Dasar?
3. Bagaimana mengidentifikasi pengetahuan mengenai isi materi wawasan yang perlu dikuasai oleh guru yang mengajar pembagian bilangan pecahan di Sekolah Dasar?
4. Seberapa besar kontribusi pengetahuan guru mengenai isi materi umum berkontribusi terhadap hasil belajar siswa dalam materi pembagian bilangan pecahan?
5. Seberapa besar kontribusi pengetahuan guru mengenai isi materi khusus berkontribusi terhadap hasil belajar siswa dalam materi pembagian bilangan pecahan?
6. Seberapa besar kontribusi pengetahuan guru mengenai isi materi wawasan berkontribusi terhadap hasil belajar siswa dalam materi pembagian bilangan pecahan?

4. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah:

1. Mengidentifikasi pengetahuan mengenai isi materi umum yang perlu dimiliki oleh guru yang mengajar pembagian bilangan pecahan di Sekolah Dasar.
2. Mengidentifikasi pengetahuan mengenai isi materi khusus yang perlu dimiliki oleh guru yang mengajar pembagian bilangan pecahan di Sekolah Dasar.
3. Mengidentifikasi pengetahuan mengenai isi materi wawasan yang perlu dimiliki oleh guru yang mengajar pembagian bilangan pecahan di Sekolah Dasar.
4. Menguji dan mengukur besaran kontribusi pengetahuan guru mengenai isi materi umum terhadap hasil belajar siswa dalam materi pembagian bilangan pecahan?
5. Menguji dan mengukur besaran kontribusi pengetahuan guru mengenai isi materi khusus terhadap hasil belajar siswa dalam materi pembagian bilangan pecahan?
6. Menguji dan mengukur besaran kontribusi pengetahuan guru mengenai isi materi wawasan terhadap hasil belajar siswa dalam materi pembagian bilangan pecahan?

5. Manfaat Penelitian

Penelitian ini mengenai identifikasi isi materi yang perlu dikuasai oleh guru dan validasi kontribusi isi materi hasil identifikasi tersebut terhadap hasil belajar siswa. Secara umum, manfaat penelitian seperti ini bagi lembaga pendidikan pendidik dan tenaga kependidikan adalah sebagai model mekanisme (berupa metoda ilmiah atau penelitian ilmiah) untuk menjamin bahwa materi yang diajarkan kepada calon guru merupakan materi ajar yang memang perlu dikuasai oleh calon guru tersebut untuk dapat membelajarkan siswanya kelak. Mekanisme seperti ini dapat diterapkan untuk sembarang materi ajar, baik dalam mata pelajaran matematika maupun mata pelajaran lainnya.

Secara khusus, penelitian ini bermanfaat bagi Universitas Terbuka (UT) yang memiliki Program Studi S-1 PGSD dengan lebih dari 300.000 mahasiswa. Kebanyakan dari lulusannya akan bertugas sebagai guru kelas yang akan mengajar mata pelajaran matematika kepada siswanya. Penelitian ini dapat menjadi model bagaimana suatu materi diidentifikasi untuk diajarkan kepada calon guru dan divalidasi bahwa pengetahuan yang dikuasai oleh guru tersebut akan membelajarkan siswanya ketika guru tersebut bertugas di kelasnya.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Pengetahuan Matematika untuk Mengajar (PMM)

1. Pengertian Pengetahuan Matematika untuk Menagajar (PMM)

Kajian Pengetahuan Matematika untuk Mengajar (PMM) berangkat dari pandangan bahwa terdapat berbagai kebutuhan matematika untuk berbagai pekerjaan. Misal, seorang akuntan membutuhkan pengetahuan matematika yang berbeda dengan seorang insinyur. Demikian juga, seorang guru yang mengajar matematika membutuhkan pengetahuan matematika yang khusus. Dalam hal ini, PMM merupakan pengetahuan matematika yang dibutuhkan guru untuk mengajar matematika. Delaney (2008) menyatakan bahwa PMM mengandung pengetahuan matematika yang akan diajarkan, tetapi lebih dari itu. Mengutip contoh yang diajukan oleh Ball & Bass (2003), Delaney (2008) menjelaskan bahwa bagi orang yang bukan guru dapat menjawab perkalian 35×25 dengan benar saja sudah cukup, tetapi bagi seorang guru itu belum cukup. Misalnya terdapat tiga penyelesaian siswa terhadap perkalian 35×25 sebagai berikut:

Student A	Student B	Student C
$\begin{array}{r} 35 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ +75 \\ \hline 875 \end{array}$	$\begin{array}{r} 35 \\ \times 25 \\ \hline 175 \\ +700 \\ \hline 875 \end{array}$	$\begin{array}{r} 35 \\ \times 25 \\ \hline 25 \\ 150 \\ 100 \\ +600 \\ \hline 875 \end{array}$

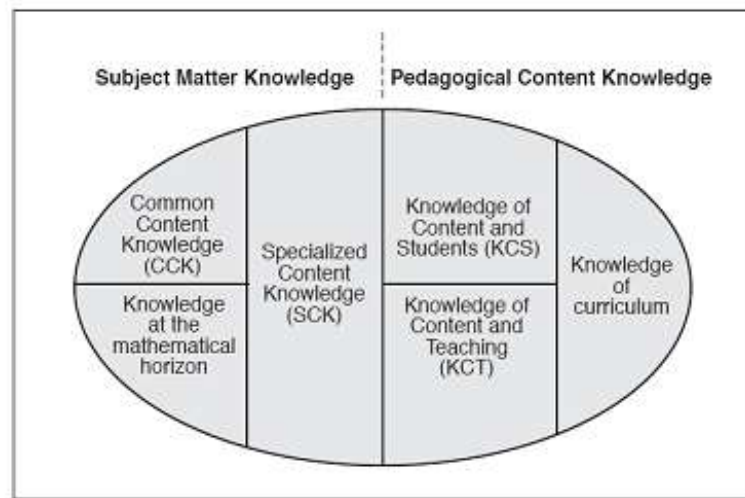
Andaikan seorang guru, misalnya, mengetahui metoda digunakan untuk perkalian adalah metoda B. Jika mahasiswa menggunakan metode ini untuk penyelesaiannya maka guru

akantidak kesulitan mengenalinya. Tetapi, pengetahuan guru tersebut tidak mencukupi untuk memahami penyelesaian (A) atau (C). Untuk penyelesaian (A), misalnya, guru tersebut akan kesulitan memahami penyelesaian ini, misalnya darimana bilangan 125 dan 75? Bagaimana $75 + 125$ menjadi 875? Penyelesaian (A) memerlukan pemahaman tempat bilangan (yaitu 75 menyatakan 750) dan hukum komutatif perkalian (yaitu 35×25 ekuivalen dengan 25×35). Penyelesaian (C) memerlukan pemahaman mengenai hukum distributif perkalian. Dari contoh ini terlihat bahwa pengetahuan seorang guru untuk dapat mengerjakan soal matematika perkalian 25×35 bukanlah pengetahuan yang cukup untuk mengajar, yaitu memeriksa berbagai metoda alternatif penyelesaian, memeriksa struktur matematika dan prinsip serta menilai apakah penyelesaian tersebut dapat digeneralisasikan atau tidak.

Penjelasan dari Ball dan Bass (2003) tersebut menunjukkan bahwa mengajar matematika memerlukan pengetahuan matematika yang khusus dan berbeda dengan pekerjaan lain yang meskipun sama-sama menggunakan matematika. Guru yang mengajar matematika memerlukan PMM untuk memberikan penjelasan dan definisi yang akurat dan dapat dipahami, mengajukan pertanyaan yang baik, menilai pembelajaran dan merencanakan kegiatan pengajaran, memberikan contoh gagasan matematika dan menghubungkannya dengan gagasan matematika yang lain, menilai buku teks, dan memilih bahan-bahan pengajaran (Ball & Bass, 2003).

2. Komponen Pengetahuan Matematika untuk Mengajar

Seperti dikutip dalam Mosvold & Fauskanger (2012), Pengetahuan Matematika untuk Mengajar (PMM) sebagai suatu konstruk pertama kali dikembangkan oleh Shulman (1986) yang merupakan upaya untuk mendefinisikan teori yang berkaitan pengetahuan yang perlu dimiliki oleh guru untuk mengajar susatau materi pelajaran. Komponen pengetahuan guru tersebut meliputi pengetahuan mengenai isi materi pelajaran dan pengetahuan pedagogis. Kedua komponen tersebut dirinci seperti terlihat dalam Gambar 1.



Gambar 1. Kawasan Pengetahuan Matematika untuk Mengajar

Kawasan PMM tersebut diidentifikasi melalui analisis psikometrik dengan butir-butir PMM dikembangkan berdasarkan praktek mengajar matematika (Mosvold & Fauskanger, 2012).

Ball et. al (2008) mengidentifikasi praktek mengajar matematika sebagai berikut:

- Menyajikan gagasan matematika
- Menanggapi pertanyaan “mengapa” dari siswa
- Menemukan suatu contoh untuk membuat penjelasan spesifik
- Mengenali apa yang terkait dalam suatu contoh
- Mengaitkan contoh dengan gagasan matematika dan contoh lainnya
- Mengaitkan suatu topik yang sedang diajarkan dengan topik sebelumnya atau topik selanjutnya
- Menjelaskan tujuan dan maksud matematika kepada orang tua siswa
- Menilai dan mengadaptasi isi buku teks matematika
- Memodifikasi tugas dari yang mudah ke yang sulit
- Menjelaskan jawaban siswa
- Memberikan dan mengevaluasi penjelasan matematika
- Memilih dan mengembangkan definisi

- Menggunakan notasi dan bahasa matematika serta mengkritisinya
- Menanyakan pertanyaan yang produktif mengenai matematika
- Memilih contoh untuk kebutuhan khusus
- Memeriksa kesetaraan

Lo & Luo (2012) mencatat bahwa semenjak Shulman(1986) menggagas PMM berkembanglah konsesus bahwa mengajar suatu mata pelajaran secara efektif memerlukan pengetahuan yang lebih dari kompetensi dasar. Shulman sendiri mengajukan tiga kategori pengetahuan isi pelajaran untuk mengajar: (1) pengetahuan isi pelajaran, (2) pengetahuan pedagogis, dan (3) pengetahuan kurikular. Selanjutnya, Ball, Bass, Sleep and Thames (2005) mengajukan empat kategori dalam pengetahuan matematika untuk mengajar, yaitu: (1) pengetahuan isi materi umum (*common content knowledge*), (2) pengetahuan isi materi khusus (*specialized content knowledge*), (3) pengetahuan isi materi dan siswa (*Knowledge of Content and Students*), dan (4) pengetahuan isi materi dan pengajaran (*Knowledge of Content dan Teaching*).

Pengetahuan isi materi umum menyatakan pengetahuan yang diperlukan untuk memecahkan masalah matematika dan menjelaskan strategi penyelesaian yang diharapkan siswa. Ini berbeda dengan pengetahuan isi materi khusus, yang merujuk pada pengetahuan dan keterampilan yang dibutuhkan secara unik oleh guru. Contoh pengetahuan yang khusus guru dalam mengajar matematika ialah menentukan kebenaran penyelesaian yang tidak baku terhadap suatu masalah matematika. Guru juga memerlukan pengetahuan yang akan membantu mengantisipasi apa yang akan menarik perhatian atau membingungkan siswa, pengetahuan ini disebut pengetahuan isi materi dan siswa (*Knowledge of Content and Students*). Pengetahuan lainnya yang dibutuhkan guru adalah pengetahuan yang dapat membantu guru memilih dan mengurutkan kegiatan untuk membawa siswa menjelajahi pemahaman matematika. Pengetahuan ini disebut pengetahuan isi materi dan pengajaran (*Knowledge of Content dan Teaching*).

3. Dampak PMM Guru terhadap Hasil Belajar Siswa

Dalam berbagai kajian diketahui bahwa PMM yang dimiliki guru berkontribusi terhadap hasil belajar siswa dalam mata pelajaran matematika. Hill, Rowan, & Ball (2005) melaporkan bahwa PMM guru merupakan prediktor yang signifikan untuk memprediksi hasil belajar siswa dalam mata pelajaran matematika dan besarnya dampak dari PMM ini melebihi besarnya dampak dari latar belakang guru dan banyaknya waktu pengajaran matematika yang dihabiskan siswa per hari. Temuan lainnya, bahwa PMM berinteraksi dengan latar belakang siswa dalam berkontribusi terhadap hasil belajar siswa. PMM juga bukan hanya berkontribusi untuk pengajaran matematika di kelas rendah tetapi juga berlaku untuk pengajaran matematika di kelas lebih tinggi.

Baumert et al. (2010) melakukan penelitian dengan memisahkan *paedagogical content knowledge* (PCK) dan *content knowledge* (CK). PCK terdiri dari pengetahuan isi materi matematika yang terkait dengan pembelajaran, pengetahuan mengenai siswa, dan pedagogi. PCK terdiri dari pengetahuan matematika sebagai alat pembelajaran, pengetahuan mengenai cara siswa berpikir dan menilai pemahaman siswa, pengetahuan mengenai berbagai cara menyajikan dan menjelaskan masalah matematika. CK terdiri dari pengetahuan matematika yang diajarkan di sekolah, yaitu isi kurikulum matematika yang diajarkan. Peneliti menyimpulkan bahwa penguasaan isi materi yang diajarkan *content knowledge* (CK) merupakan syarat perlu untuk mengajar tetapi tidak cukup untuk memberikan pembelajaran yang baik. CK kurang prediktif terhadap hasil belajar siswa dibandingkan PCK. Hasil penelitian mengkonfirmasi bahwa adalah PCK yang memberikan pembelajaran yang bermutu. Peneliti tersebut menyatakan bahwa bukan berarti CK tidak memiliki pengaruh langsung terhadap pembelajaran, guru dengan skor CK yang tinggi mampu mengaitkan berbagai materi dalam kurikulum. Dalam penelitian ini didapatkan pula bahwa dua kelas yang diajar oleh guru yang berbeda dua simpangan baku dalam PCK akan membedakan sebanyak 0,46 simpangan baku dalam hasil belajar matematika siswa antar kelas tersebut.

Metzler & Woessmann (2010) melaporkan bahwa dari beberapa atribut guru seperti pendidikan, pengalaman, gaji, skor tes, dan sertifikasi, hanya pengetahuan guru terhadap isi materi ajar untuk mengajarnya yang secara konsisten berkaitan dengan hasil belajar siswa. Peneliti tersebut menyampaikan hasil penelitiannya bahwa terdapat dampak signifikan dari

pengetahuan guru untuk mengajar mata pelajaran matematika dan membaca terhadap hasil belajar siswa. Tambahan satu simpangan baku dalam pengetahuan guru mengenai subyek yang diajarkan meningkatkan sekitar 10 persen simpangan baku hasil belajar siswa.

4. Instrumen untuk Mengukur PMM

Karena terbukti bahwa PMM guru meningkatkan hasil belajar matematika siswa, banyak program dirancang untuk meningkatkan PMM bagi guru di Amerika Serikat. Kegiatan ini mendorong pengembangan instrumen untuk mengukur PMM (Gleason, 2010). Upaya untuk mengembangkan instrumen untuk mengukur PMM dilakukan oleh Hill, Schilling, & Ball (2004). Salah satu contoh butir instrumen untuk mengukur PMM adalah:

7. Which of the following story problems could be used to illustrate $1\frac{1}{4}$ divided by $\frac{1}{2}$? (Mark YES, NO, or I'M NOT SURE for each possibility.)

	Yes	No	I'm not sure
a) You want to split $1\frac{1}{4}$ pies evenly between two families. How much should each family get?	1	2	3
b) You have \$1.25 and may soon double your money. How much money would you end up with?	1	2	3
c) You are making some homemade taffy and the recipe calls for $1\frac{1}{4}$ cups of butter. How many sticks of butter (each stick = $\frac{1}{2}$ cup) will you need?	1	2	3

Baumert et al. (2010) mengukur secara terpisah content knowledge (CK) dan paedagogical content knowledge (PCK) sebagai komponen PMM. Sebagaimana telah dikemukakan sebelumnya, CK terdiri dari pengetahuan matematika yang diajarkan di sekolah, yaitu isi

kurikulum matematika yang diajarkan. Sedangkan, PCK terdiri dari pengetahuan matematika sebagai alat pembelajaran, pengetahuan mengenai cara siswa berpikir dan menilai pemahaman siswa, pengetahuan mengenai berbagai cara menyajikan dan menjelaskan masalah matematika. Salah satu contoh butir untuk membedakan CK dengan PCK yang terdapat dalam instrumen yang dikembangkan oleh Bauner dan kawan-kawan adalah sebagai berikut:

Knowledge Category (Subscale)	Sample Item	Sample Response (Scored as correct)
CK	Is it true that $0.999999 \dots = 1$? Please give detailed reasons for your answer.	<p>Let $0.999 \dots = a$ Then $10a = 9.99 \dots$, hence, $10a - a = 9.99 \dots - 0.999 \dots$</p> $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{9a} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_9$ <p>Therefore $a = 1$; hence, the statement is true.</p>
PCK: tasks	<p>How does the surface area of a square change when the side length is tripled? Show your reasoning.</p> <p>Please note down as many different ways of solving this problem (and different reasonings) as possible.</p>	<p><i>Algebraic response</i> Area of original square: a^2 Area of new square is then $(3a)^2 = 9a^2$; i.e., 9 times the area of the original square.</p> <p><i>Geometric response</i> Nine times the area of the original square:</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 20px;"> $a \left\{ \begin{array}{ c } \hline \square \\ \hline \end{array} \right.$ </div> <div> $3a \left\{ \begin{array}{ c c c } \hline \square & \square & \square \\ \hline \square & \square & \square \\ \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \right.$ </div> </div>

Reliabilitas dari instrumen untuk mengukur PMM dikaji oleh Gleason (2010). Ia melaporkan bahwa reliabilitas sub-skala instrumen untuk berbagai kelompok pre-test dan post-test berkisar antara 0,75 sampai 0,85. Jika dihitung untuk seluruh instrumen maka diperoleh koefisien reliabilitas sebesar 0,8545.

B. Pembagian Bilangan Pecahan

Dalam kurikulum 2013 untuk SD/MI, materi bilangan pecahan mulai diberikan untuk kelas III. Kompetensi dasar yang dituntut untuk SD/MI dari kelas III sampai kelas VI adalah sebagai berikut:

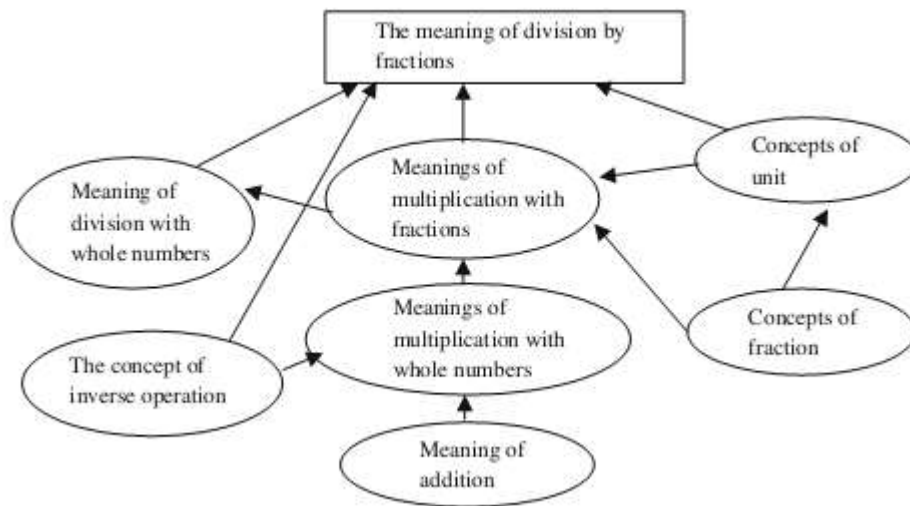
Tabel 1.
Kompetensi Dasar mengenai Bilangan Pecahan
pada Kurikulum 2013 untuk Kelas III -VI

Kelas	Kompetesi Dasar
III	<ul style="list-style-type: none">Memahami konsep pecahan sederhana menggunakan benda-benda yang kongkrit/gambar, serta menentukan nilai terkecil dan terbesarMengenal pecahan dan bilangan desimal, serta dapat melakukan penambahan dan pengurangan pecahan berpenyebut sama
IV	<ul style="list-style-type: none">Mengenal konsep pecahan senilai dan melakukan operasi hitung pecahan menggunakan benda kongkrit/gambarMemahami pecahan senilai dan operasi hitung pecahan menggunakan benda kongkrit/gambarMenyatakan pecahan ke bentuk desimal dan persenMengurai sebuah pecahan menjadi sebagai hasil penjumlahan atau pengurangan dua buah pecahan lainnya dengan berbagai kemungkinan jawaban
V	<ul style="list-style-type: none">Memahami berbagai bentuk pecahan (pecahan biasa, campuran, desimal dan persen) dan dapat mengubah bilangan pecahan menjadi bilangan desimal, serta melakukan perkalian dan pembagianMemahami berbagai bentuk pecahan (pecahan biasa, campuran, desimal dan persen) dan dapat mengubah bilangan pecahan menjadi bilangan desimalMengurai sebuah pecahan sebagai hasil penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian dua buah pecahan yang dinyatakan dalam desimal dan persen dengan berbagai kemungkinan jawaban
VI	<ul style="list-style-type: none">Memahami operasi hitung yang melibatkan berbagai bentuk pecahan (pecahan biasa, campuran, desimal dan persen)Memahami dan melakukan operasi hitung yang melibatkan berbagai bentuk pecahan (pecahan biasa, campuran, desimal dan persen)

Sumber: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan (2013)

Hasil-hasil penelitian mengenai PMM untuk topik bilangan pecahan secara umum menunjukkan kurangnya pemahaman guru terhadap konsep pembagian bilangan pecahan (Ma, 1999).Pembagian bilangan pecahan disebut sebagai topik yang paling rumit dalam matematika dasar (Lamon, 2007;Sowder et al., 1998), sehingga topik ini merupakan topik yang sulit diajarkan baik oleh calon guru maupun oleh guru yang sudah mengajar.Jadi, salah satu tugas pendidik pada lembaga penyedia guru, seperti Universitas Terbuka (UT) yang memiliki mahasiswa S1-PGSD sekitar 300.000 mahasiswa, adalah memberikan penguasaan terhadap pembagian bilangan pecahan bagi calon guru tersebut.

Pemahaman pembagian bilangan pecahan membutuhkan berbagai penguasaan konsep yang mendasarinya. Konsep-konsep tersebut ialah konsep bilangan pecahan dan pembagian. Konsep bilangan pecahan sendiri mendasari pemahaman mengenai konsep stauan dan perkalian dengan pecahan. Konsep pembagian dapat dipahami melalui konsep inverse operasi perkalian pembagian dengan bilangan bulat.Ball (1999) dalam Lo & Luo (2012) menyajikan peta konsep pembagian bilangan pecahan seperti dalam diagram berikut:



Dalam disertasinya Olanoff (2011) memaparkan tentang materi pembagian bilangan pecahan sebagai berikut:

- Pemahaman terhadap pembagian bilangan pecahan memerlukan pemahaman yang mendalam terhadap pengertian pecahan dan pembagian.
- Pengertian pecahan dapat dipahami bilamana memiliki pemahaman terhadap bilangan rasional dan berbagai tafsiran yang disebut sub-konstruk, yaitu: (1) bilangan rasional merupakan bilangan pecahan yang dapat dibandingkan, dijumlah, dikurangkan, dan sebagainya, (2) bilangan rasional adalah pecahan desimal yang bentuknya merupakan perluasan dari bilangan bulat, (3) bilangan rasional merupakan kelas ekuivalen dari pecahan, yaitu $\{1/2, 2/4, 3/6, \dots\}$ dan $\{2/3, 4/6, 6/9, \dots\}$ adalah bilangan pecahan, (4) bilangan rasional adalah bilangan yang berbentuk p/q , dengan p dan q bilangan bulat dan $q \neq 0$, (5) bilangan rasional adalah operator multiplikatif, (6) bilangan rasional merupakan unsur dari lapangan pembagianterurut tak berhingga (*infinite ordered quotient field*), yaitu berbentuk $x = p/q$ dengan x memenuhi persamaan $qx = p$, dan (7) bilangan rasional merupakan ukuran atau titik pada suatu garis bilangan.
- Bilangan rasional dapat ditafsirkan sebagai (1) bagian-dari keseluruhan, dan satuan keseluruhan dapat berubah-ubah, (2) suatu bilangan pada garis bilangan, (3) operator (skalar) yang dapat mengerutkan atau meregangkan kuantitas lain, (4) pembagian dua bilangan bulat, (5) ukuran kecepatan, dan (6) ukuran rasio.
- Bilangan pecahan dan desimal merupakan bagian dari konsep lapangan multiplikatif dan dibentuk melalui proses perkalian dan pembagian bilangan bulat.

Materi bilangan pecahan yang didasari oleh konsep lapangan (*field*) seperti diuraikan di muka perlu dikuasai oleh calon guru atau guru yang mengajar bilangan pecahan di Sekolah Dasar. Dengan demikian, guru tersebut akan memiliki keluwesan dalam menjelaskan, memberikan contoh, dan memberikan tugas kepada siswanya dalam pengajaran bilangan pecahan. Untuk dapat mengajarkan pembagian bilangan pecahan, guru juga perlu dibekali dengan materi pembagian. Olanoff (2011) merangkumkan materi pembagian yang dapat diberikan kepada calon guru atau guru yang mengajar pembagian bilangan pecahan, sebagai berikut:

- Pembagian sering diajarkan dengan menggunakan dua penafsiran, yaitu model partitif atau model berbagi dan model partitif (*partitive*) atau model kuotitif, pengukuran, atau pengurangan berulang.
- Dalam model partitif atau berbagi, masalah 20:5 dapat diartikan sebagai berbagi 20 hal di antara 5 orang dalam waktu yang bersamaan dan menentukan setiap orang dapat berapa.
- Dalam model kuotif, pengukuran, atau pengurangan berulang, masalah 20:5 diartikan sebagai menyerahkan 5-an sampai yang dipunyai sebanyak 20 habis semua dan menentukan berapa banyak orang yang mendapatkannya.
- Dari kedua model tersebut, model pengurangan berulang merupakan model yang paling cocok untuk mengajarkan pembagian bilangan pecahan. Misalnya, kita memiliki $5\frac{1}{2}$ kilogram permen, memberikan $\frac{1}{2}$ kilogram untuk setiap teman, berapa teman yang mendapatkan permen? Masalah seperti ini dapat diselesaikan melalui pengurangan berulang, yaitu mengurangi $5\frac{1}{2}$ dengan $\frac{1}{2}$ sampai tidak ada yang tersisa.
- Model ketiga adalah perkalian dan faktor. Dalam model ini, pembagian dinyatakan sebagai balikan (*inverse*) dari perkalian. Soal cerita menggunakan model ini sebagai berikut: Suatu persegipanjang memiliki luas $6\frac{1}{2}$ meter. Jika panjang persegipanjang tersebut $3\frac{1}{4}$ meter, berapa lebar persegipanjang tersebut? Masalah ini memerlukan pembagian $6\frac{1}{2}$ dengan $3\frac{1}{4}$ yang memiliki jawaban 2 meter untuk lebar persegipanjang tersebut. Pada dasarnya ini merupakan pertanyaan, berapa yang harus dikalikan dari $3\frac{1}{4}$ untuk mendapatkan $6\frac{1}{2}$?
- Pemahaman tradisional tentang balikan-dan-kalikan sebagai algoritma pembagian lebih mudah dipahami bilamana dilihat dari model partitif pembagian.
- Untuk memahami pembagian bilangan pecahan, seseorang perlu memahami gagasan hubungan perkalian dan pembagian, bahwa membagi dengan suatu bilangan sama dengan mengalikan dengan kebalikan bilangan tersebut.

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Lingkup Penelitian

Penelitian ini mengenai pendidikan matematika yang terkait dengan pendidikan guru sekolah dasar. Aspek yang menjadi focus penelitian ini ialah kompetensi yang dibutuhkan guru untuk mengajar matematika. Lebih khusus lagi kompetensi pengetahuan matematika yang menjadi focus penelitian ini ialah pengetahuan matematika untuk mengajar pembagian bilangan pecahan di SD sesuai Kurikulum 2013. Penelitian ini terdiri dari dua tahap, yaitu tahap identifikasi dan validasi. Laporan penelitian ini terkait dengan tahap identifikasi sebagai tahun pertama dari penelitian ini.

B. Langkah-langkah Penelitian

Untuk menjawab pertanyaan penelitian pada tahun pertama, yaitu mengidentifikasi PMM, dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Mengembangkan model untuk mengidentifikasi PMM
2. Menerapkan model identifikasi PMM untuk mengidentifikasi PMM pembagian bilangan pecahan di sekolah dasar untuk pengetahuan matematika umum (kurikuler)
3. Menerapkan model identifikasi PMM untuk mengidentifikasi PMM pembagian bilangan pecahan di sekolah dasar untuk pengetahuan matematika khusus (pengetahuan khusus guru matematika)
4. Menerapkan model identifikasi PMM untuk mengidentifikasi PMM pembagian bilangan pecahan di sekolah dasar untuk pengetahuan matematika wawasan (pengetahuan wawasan matematika bagi guru)

C. Model Identifikasi Pengetahuan untuk Mengajar

Dalam penelitian ini dicoba ditawarkan model identifikasi PMM melalui metoda Delphi yang dimodifikasi. Metoda Delphi ialah *“A method for structuring a group*

communication process so that the process is effective in allowing a group of individuals, as a whole, to deal with a complex problem” (Linstone & Turoff, 2002, p. 3).Metoda Delphi berdasarkan pada metoda survey yang terstruktur untuk menjaring informasi intuitif dari para pakar, dalam hal ini pakar pendidikan matematika. Proses dalam metoda Delphi memungkinkan pengumpulan opini dari suatu panel yang terdiri dari pakar pendidikan matematika tanpa perlu pertemuan tatap muka (Farmer, 1998). Selain itu, metoda Delphi menjamin opini yang diutarakan seorang pakar tidak terpengaruh oleh pendapat tokoh yang disegani dalam bidang kepakaran tersebut (Farmer, 1998).Metoda Delphi cocok diterapkan karena yang dilibatkan adalah para pakar yang secara geografi maupun kesempatan berjarak dari tempat model ini dikembangkan, yaitu di Kota Bengkulu.Para pakar yang tersebar di berbagai tempat yang saling berjauhan, melalui pemanfaatan surel dapat menentukan kesepakatan terhadap PMM tanpa perlu pertemuan tatap muka.

Metoda Delphi dilaksanakan dalam beberapa putaran.Pada putaran pertama terdapat dua pendekatan, yaitu pendekatan induktif dan teoretik melalui pendekatan penelaahan pustaka (*literature review*).Pada pendekatan induktif, para pakar anggota panel diundang untuk menyampaikan gagasan secara bebas (Hasson et al., 2000). Gagasan para pakar tersebut kemudian dianalisis untuk mendapatkan indikator untuk dikembangkan menjadi kuesioner yang akan dinilai kembali oleh para pakar pada putaran berikutnya. Pada pendekatan teoretik, indikator untuk pengembangan kuesioner diperoleh dari kajian pustaka dan berdasarkan indikator tersebut dikembangkan butir-butir kuesioner.Pendekatan penelaahan pustaka dipandang dapat menghasilkan informasi yang menyeluruh dibandingkan pendekatan induktif (Millar, 2001).Metoda Delphi pada penelitian ini menggunakan pendekatan penelaahan pustaka.Tim peneliti merumuskan PMM berdasarkan kajian pustaka.Daftar PMM yang telah dirumuskan disusun kedalam kuesioner berisikan pernyataan PMM.

Putaran pertama dalam model identifikasi PMM adalah mengedarkan kuesioner yang berisikan sejumlah pernyataan PMM yang akan disepakati oleh pakar anggota panel. Kuesioner untuk putaran pertama disajikan pada Lampiran 1.Hasil setiap putaran

dianalisis menggunakan statistik yang sesuai untuk menghitung kesepakatan para panelis terhadap setiap pernyataan PMM. Kesepakatan dihitung dari ukuran kecenderungan pusat dan ragam respons para panelis. Karena banyaknya panelis yang terdiri dari pakar pendidikan matematika biasanya kurang dari 30 orang dan skala pengukuran yang diperoleh berupa ordinal maka untuk menghitung ukuran kecenderungan pusat dan ragam respons panelis digunakan statistik non parametrik. Ukuran kecenderungan pusat digunakan median dan ukuran keragaman digunakan IQR (*Inter Quartile Range*).

Berdasarkan IQR diputuskan apakah suatu butir telah disepakati para narasumber pada putaran yang sedang berlangsung sehingga tidak perlu disertakan lagi dalam putaran selanjutnya. Bilamana menggunakan IQR, kriteria untuk mengambil keputusan terhadap suatu butir dicantumkan pada Tabel 3-1 berdasarkan English & Keran (2000).

Tabel 3-1
Kaidah Keputusan Berdasarkan IQR

Interval Nilai IQR	Kaidah Keputusan
$0 \leq \text{IQR} \leq 0.5$	Derajat konsesus kuat, tidak diperlukan putaran berikutnya
$0.5 < \text{IQR} \leq 0.8$	Derajat konsesus lemah, mungkin perlu putaran berikutnya
$\text{IQR} > 0.8$	Derajat konsensus lemah sekali, dipastikan perlu putaran berikutnya

Sumber: English & Keran (2000)

Sebagai hasil dari putaran pertama metoda Delphi, langkah berikutnya adalah merevisi kuesioner dengan cara tidak menyertakan butir yang sudah memiliki derajat konsensus yang kuat dan merefrasa butir yang masih belum memiliki derajat konsensus yang kuat. Setelah kuesioner direvisi, kemudian diedarkan kembali untuk mendapat respons dari panelis. Kuesioner pada putaran kedua disajikan pada Lampiran 2.

Survey Delphi ini dihentikan ketika semua butir telah disepakati, atau terdapat stabilitas respons pada suatu putaran dengan putaran sebelumnya. Stabilitas respons ini dihitung dengan cara menghitung korelasi antara respons para panelis pada suatu

putaran dengan respons pada putaran sebelumnya. Terdapat beberapa statistik non parametric untuk menghitung korelasi tersebut, antara lain McNemar Change Test, Spearman's rank correlation, Wilcoxon paired signed-ranks T test (Kalaian & Kasim, 2012). Model identifikasi PMM yang dikembangkan disajikan pada Gambar 2.

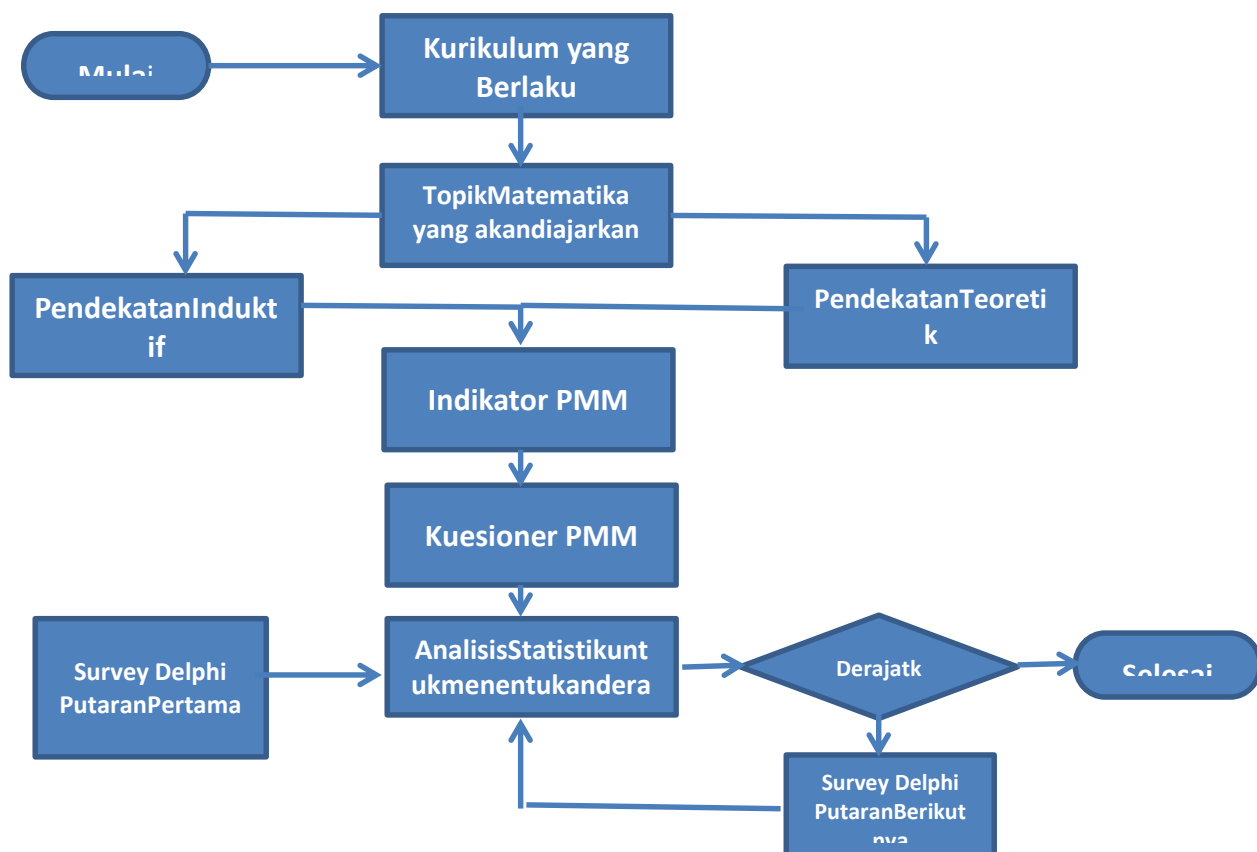


Diagram 3-1. Model Identifikasi Pengetahuan Matematika untuk Mengajar

Metoda Delphi yang digunakan pada penelitian ini melibatkan lima pakar pendidikan matematika. Pakar pendidikan matematika yang menjadi narasumber untuk metoda Delphi berperan untuk memberikan opini dan kesepakatan mengenai pengetahuan matematika yang telah diidentifikasi sementara melalui kajian teoretik. Identitas kelima pakar tersebut ditampilkan pada Lampiran 3.

D. Keluaran Penelitian

Produk penelitian ini ialah seperangkat pernyataan kompetensi pengetahuan matematika untuk mengajar pembagian bilangan pecahan di sekolah dasar sesuai dengan Kurikulum 2013. Selain itu, berdasarkan perangkat pernyataan kompetensi pengetahuan matematika tersebut dikembangkan bahan ajar modul untuk pelatihan guru SD yang mengajar pembagian bilangan pecahan di kelasnya.

Pada penelitian tahun kedua, bahan ajar modul tersebut dijadikan bahan pelatihan bagi guru-guru yang mengajar pembagian bilangan pecahan di kelasnya. Pertanyaan penelitian yang akan dijawab pada penelitian tahun kedua ialah apakah PMM bilangan pecahan yang dikuasai oleh guru SD berpengaruh terhadap hasil belajar siswa?

BAB IV

HASIL PENELITIAN

A. Identifikasi PMM Pembagian Bilangan Pecahan untuk Pengetahuan Matematika Umum

PMM pembagian bilangan pecahan untuk pengetahuan matematika umum diturunkan dari Kurikulum 2013. Dalam Kurikulum 2013, materi pembagian bilangan pecahan baru diberikan pada kelas 5. Dalam Tabel 3-1 berikut ini ditampilkan isi materi pembagian bilangan pecahan pada Kurikulum 2013.

Tabel 3-1
Materi Pembagian Bilangan Pecahan pada Kurikulum 2013

Kelas	Kompetesi Dasar
V	<ul style="list-style-type: none">• Mengurai sebuah pecahan sebagai hasil penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian dua buah pecahan yang dinyatakan dalam desimal dan persen dengan berbagai kemungkinan jawaban
VI	<ul style="list-style-type: none">• Memahami operasi hitung yang melibatkan berbagai bentuk pecahan (pecahan biasa, campuran, desimal dan persen)• Memahami dan melakukan operasi hitung yang melibatkan berbagai bentuk pecahan (pecahan biasa, campuran, desimal dan persen)

Sumber: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan (2013)

Dari Tabel 3-1 dikembangkan pernyataan PMM untuk dinilai relevansinya dengan kebutuhan pengetahuan guru untuk mengajarkan pembagian bilangan pecahan berdasarkan Kurikulum 2013. Hasil penilaian narasumber pada putaran pertama metoda Delphi terhadap pernyataan PMM adalah pada Tabel 3-2.

Tabel 3-2
Hasil Putaran Pertama Metoda Dephi
Pengetahuan Matematika Umum

No	Pernyataan PMM	Skor Narasumber					Nilai Konsensus			
		1	2	3	4	5	M	Q1	Q3	IQR
1.	Mengerjakan operasi hitung yang melibatkan berbagai bentuk pecahan (pecahan biasa, campuran, desimal dan persen)	2	3	3	3	3	3.00	3.00	3.00	0.00
2.	Menguraikan suatu bilangan pecahan sebagai hasil penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian dua buah pecahan yang dinyatakan dalam desimal dan persen	3	3	3	3	3	3.00	3.00	3.00	0.00
3.	Menylesaikan soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan	3	3	3	2	3	3.00	3.00	3.00	0.00

Dari Tabel 3-2 terlihat bahwa semua pernyataan PMM, yang menunjukkan persyaratan kompetensi pengetahuan matematika yang perlu dikuasai guru untuk mengajarkan pembagian bilangan pecahan di Sekolah Dasar, dinilai sangat relevan yang ditunjukkan dengan skor median sama dengan 3.00. Nilai tersebut disepakati oleh semua narasumber yang ditunjukkan oleh nilai IQR kurang dari 0,8.

Meskipun demikian, terdapat perbedaan penilaian dari narasumber terkait dengan relevansi pernyataan PMM tersebut. Untuk butir nomor 1, terdapat satu narasumber yang memberikan nilai 2, sementara narasumber lain memberikan nilai 3 (sangat relevan). Narasumber yang memberikan skor 2 menuliskan komentarnya terhadap butir nomor 1 tersebut sebagai berikut: "Diharapkan sampai mengaplikasikan" (narasumber 1, hlm. 3). Narasumber tersebut menilai bahwa "mengerjakan operasi hitung" seperti yang tertuang dalam Kurikulum 2013 belum memadai sebagai pengetahuan matematika bagi guru yang mengajar pembagian bilangan pecahan di sekolah dasar. Narasumber lainnya (narasumber nomor 4) mengomentari butir nomor 3 sebagai berikut:

Kompetensi guru dalam menyelesaikan soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sangat diperlukan dalam mengajarkan bilangan pecahan di SD. Kompetensi tersebut perluasan dari kompetensi yang terdapat dalam Kurikulum 2013. Dalam Kurikulum 2013 hanya memuat kompetensi 'menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan pecahan' pada kelas IV. Soal cerita yang diberikan hendaknya terkait dengan tema. Melalui soal cerita tersebut, siswa dapat memahami konsep

pembagian bilangan pecahan. Materi tersebut dapat dijadikan sebagai materi pengayaan di kelas IV. (Narasumber 4, hlm. 2)

Temuan ini mengindikasikan bahwa terdapat perbedaan persepsi dari para narasumber terhadap persyaratan penguasaan materi dalam kurikulum yang akan diajarkan oleh guru. Hal ini menjadi catatan untuk survey Delphi putaran berikutnya., antara lain dengan menjelaskan bahwa survey ini hanya terkait dengan pengetahuan matematika meskipun disadari bahwa untuk mengajar matematika diperlukan juga pengetahuan lain.

Ketiga PMM dalam pengetahuan matematika umum pada Tabel 3-2 disepakati "sangat relevan" bagi guru sebagai pengetahuan matematika untuk mengajar pembagian bilangan pecahan di sekolah dasar, yaitu:

- Mengerjakan operasi hitung yang melibatkan berbagai bentuk pecahan (pecahan biasa, campuran, desimal dan persen)
- Menguraikan suatu bilangan pecahan sebagai hasil penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian dua buah pecahan yang dinyatakan dalam desimal dan persen
- Menyelesaikan soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan

Tidak ada PMM untuk pengetahuan matematika umum yang perlu dilakukan survey Delphi putaran kedua. Dengan demikian, stau putaran survey Delphi telah berhasil menghasilkan PMM yang dinilai relevan dan disepakati oleh para narasumber.

B. Identifikasi PMM Pembagian Bilangan Pecahan di Sekolah Dasar untuk Pengetahuan Khusus

Untuk dapat mengajarkan pembagian bilangan pecahan, guru juga perlu dibekali dengan materi pembagian. Olanoff (2011) merangkumkan materi pembagian yang dapat diberikan kepada calon guru atau guru yang mengajar pembagian bilangan pecahan, sebagai berikut:

- Mengajarkan pembagian dengan menggunakan model partitif atau model berbagi. Dalam model partitif masalah $20:5$ dapat diartikan sebagai berbagi 20 hal di antara 5 orang dalam waktu yang bersamaan dan menentukan setiap orang dapat berapa.
- Mengajarkan pembagian dengan menggunakan model kuotatif, pengukuran, atau pengurangan berulang, masalah $20:5$ diartikan sebagai menyerahkan 5-an sampai yang dipunyai sebanyak 20 habis semua dan menentukan berapa banyak orang yang mendapatkannya. Dalam beberapa kasus, model pengurangan berulang merupakan model yang paling cocok untuk mengajarkan pembagian bilangan pecahan. Misalnya, kita memiliki $5\frac{1}{2}$ kilogram permen, memberikan $\frac{1}{2}$ kilogram untuk setiap teman, berapa teman yang mendapatkan permen? Masalah seperti ini dapat diselesaikan melalui pengurangan berulang, yaitu mengurangi $5\frac{1}{2}$ dengan $\frac{1}{2}$ sampai tidak ada yang tersisa.
- Model ketiga adalah perkalian dan faktor. Dalam model ini, pembagian dinyatakan sebagai balikan (*inverse*) dari perkalian. Soal cerita menggunakan model ini sebagai berikut: Suatu persegipanjang memiliki luas $6\frac{1}{2}$ meter. Jika panjang persegipanjang tersebut $3\frac{1}{4}$ meter, berapa lebar persegipanjang tersebut? Masalah ini memerlukan pembagian $6\frac{1}{2}$ dengan $3\frac{1}{4}$ yang memiliki jawaban 2 meter untuk lebar persegipanjang tersebut. Pada dasarnya ini merupakan pertanyaan, berapa yang harus dikalikan dari $3\frac{1}{4}$ untuk mendapatkan $6\frac{1}{2}$?

Brunet (2014) mencatat bahwa pengetahuan matematika untuk mengajarkan pembagian secara partitif dan kuotatif banyak digunakan ketika mengajarkan pembagian dalam soal berbentuk cerita. Lebih lanjut, seperti yang telah disampaikan oleh Olanoff (2011), Brunet (2014) menyatakan bahwa dengan pembagian partitif suatu soal cerita menanyakan tentang melaksanakan pembagian untuk menemukan berapa banyak item diperoleh oleh setiap anggota kelompok. Misalnya, jika terdapat 30 cokelat batang dan 10 orang, berapa cokelat batang diterima oleh setiap orang? Dengan pembagian kuotatif, tujuan pembagian ialah mencari berapa banyak anggota kelompok dengan ukuran kelompok yang diberikan. Misalnya, jika terdapat 20 buku dan tiap orang memerlukan dua buku, berapa banyak orang akan mendapat buku? Dalam pengajaran, guru tentu tidak perlu menyebutkan istilah partitif dan kuotatif kepada siswanya.

Model ketiga untuk mengajarkan pembagian (pecahan), yaitu model perkalian dan faktor. Model ini terkait dengan menjelaskan pembagian sebagai perkalian dengan invers pengalinya. Dalam prakteknya, model penjelasan terakhir ini merupakan model yang paling sering dan praktis digunakan, terutama untuk soal pembagian bilangan pecahan yang bukan berbentuk cerita.

Berdasarkan ketiga model pembagian yang diperoleh dari kajian pustaka, kemudian dikembangkan pernyataan PMM untuk dinilai oleh para pakar pendidikan matematika sebagai narasumber. Hasil putaran pertama metoda Delphi untuk menjaring penilaian dan kesepakatan para pakar ditampilkan pada Tabel 3-3.

Tabel 3-3
Hasil Putaran Pertama Metoda Dephi
Pengetahuan Matematika Khusus

No	Pernyataan PMM	Skor Narasumber					Nilai Konsensus			
		1	2	3	4	5	M	Q1	Q3	IQR
1.	Menjelaskan pembagian sebagai model partitif, yaitu memandang pembagian sebagai berbagi sejumlah obyek kepada beberapa pihak untuk menentukan berapa banyak obyek yang diperoleh oleh masing-masing pihak. Misalnya $7\frac{1}{2}:5$ dipandang sebagai membagikan $7\frac{1}{2}$ hal kepada 5 pihak dan mendapatkan setiap pihak sebanyak $1\frac{1}{2}$.	2	3	3	3	3	3.00	3.00	3.00	0.00
2.	Membuat soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model partitif.	3	2	3	3	3	3.00	3.00	3.00	0.00
3.	Menilai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model partitif.	2	3	3	3	2	3.00	2.00	3.00	1.00
4.	Menjelaskan pembagian sebagai model kuotatif, yaitu memandang pembagian	2	3	3	3	3	3.00	3.00	3.00	0.00

	sebagai pengurangan berulang sampai besaran yang dibagikan habis dan menentukan berapa kali pengurangan dilakukan. Misalnya, $7\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}$ dipandang sebagai pengurangan berulang oleh $2\frac{1}{2}$ terhadap $7\frac{1}{2}$ dan mendapatkan 3 kali pengurangan.									
5.	Membuat soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model kuotatif.	2	3	3	3	3	3.00	3.00	3.00	0.00
6.	Menilai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model kuotatif.	2	3	3	3	2	3.00	2.00	3.00	1.00
7.	Menjelaskan pembagian sebagai balikan (inverse) dari perkalian. Misalnya, $6\frac{1}{2} : 3\frac{1}{4}$ dipandang sebagai persoalan menghitung luas persegipanjang bilamana diketahui panjangnya. Suatu persegipanjang memiliki luas $6\frac{1}{2}$ meter. Jika panjang persegipanjang tersebut $3\frac{1}{4}$ meter, berapa lebar persegipanjang tersebut? Pada dasarnya ini merupakan pertanyaan, berapa yang harus dikalikan dari $3\frac{1}{4}$ untuk mendapatkan $6\frac{1}{2}$?	2	3	3	3	3	3.00	3.00	3.00	0.00
8.	Membuat soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai balikan dari perkalian.	2	3	3	3	3	3.00	3.00	3.00	0.00
9.	Menilai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai pembagian bilangan pecahan sebagai balikan dari perkalian.	2	3	3	3	2	3.00	2.00	3.00	1.00

Untuk PMM butir pengetahuan matematika khusus pada putaran pertama menghasilkan enam butir yang dinilai sangat relevan dan disepakati oleh para narasumber yang ditunjukkan oleh nilai IQR lebih besar dari 0,8. Keenam butir tersebut ialah:

- Memahami pembagian sebagai model partitif, yaitu memandang pembagian sebagai berbagi sejumlah obyek kepada beberapa pihak untuk menentukan berapa banyak obyek yang diperoleh oleh masing-masing pihak. Misalnya $7\frac{1}{2}:5$ dipandang sebagai membagikan $7\frac{1}{2}$ hal kepada 5 pihak dan mendapatkan setiap pihak sebanyak $1\frac{1}{2}$.
- Membuat soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model partitif.
- Menjelaskan pembagian sebagai model kuotatif, yaitu memandang pembagian sebagai pengurangan berulang sampai besaran yang dibagikan habis dan menentukan berapa kali pengurangan dilakukan. Misalnya, $7\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}$ dipandang sebagai pengurangan berulang oleh $2\frac{1}{2}$ terhadap $7\frac{1}{2}$ dan mendapatkan 3 kali pengurangan.
- Membuat soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model kuotatif.
- Menjelaskan pembagian sebagai balikan (inverse) dari perkalian. Misalnya, $6\frac{1}{2} : 3\frac{1}{4}$ dipandang sebagai persoalan menghitung luas persegipanjang bilamana diketahui panjangnya. Suatu persegipanjang memiliki luas $6\frac{1}{2}$ meter. Jika panjang persegipanjang tersebut $3\frac{1}{4}$ meter, berapa lebar persegipanjang tersebut? Pada dasarnya ini merupakan pertanyaan, berapa yang harus dikalikan dari $3\frac{1}{4}$ untuk mendapatkan $6\frac{1}{2}$?
- Membuat soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai balikan dari perkalian.

Terdapat tiga butir PMM pengetahuan matematika khusus yang tidak disepakati. Beberapa narasumber memberikan alasan tidak menyepakati butir-butir PMM tersebut, antara lain dengan mempertanyakan "Evaluasi apakah materi khusus yg dibutuhkan mengajar pecahan". Mungkin maksud narasumber tersebut apakah evaluasi merupakan materi khusus yang dibutuhkan dalam mengajar pecahan. Sebetulnya yang dimaksud oleh pernyataan pada butir ini adalah pengetahuan matematika untuk dapat menilai berbagai cara jawaban siswa terhadap soal cerita. Ketiga butir yang tidak disepakati narasumber adalah yang terkait dengan

penilaian atau evaluasi. Oleh karena itu butir yang terkait dengan penilaian ini direvisi seperti pada tabel berikut.

Tabel 3-4
Revisi Butir Pengetahuan Matematika Khusus

Pernyataan pada Putaran I	Revisi untuk Putaran II
Menilai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model partitif.	Pengetahuan matematika untuk dapat menilai berbagai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model partitif.
Menilai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model kuotatif.	Pengetahuan matematika untuk menilai berbagai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model kuotatif.
Menilai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai balikan dari perkalian.	Pengetahuan matematika untuk menilai berbagai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai invers dari perkalian.

Putaran kedua, revisi butir pada Tabel 3-4 telah disertakan. Hasil pada putaran kedua disampaikan pada Tabel 3-5 berikut. Pada Tabel 3-5 tampak bahwa semua butir yang telah direvisi mendapat kesepakatan dari para narasumber sebagai PMM yang sangat relevan bagi guru untuk mengajarkan pembegaian bilangan pecahan. Pada pengantar putaran kedua juga disampaikan bahwa PMM hanyalah pengetahuan matematika, yaitu:

Penelitian ini hanya terkait dengan **pengetahuan matematika** saja. Kami menyadari bahwa untuk mengajar, seorang guru memerlukan pengetahuan lain di luar pengetahuan matematika.

Tabel 3-5
Hasil Putaran Kedua Metoda Dephi
Pengetahuan Matematika Khusus

No	Pernyataan PMM	Skor Narasumber					Nilai Konsensus			
		1	2	3	4	5	M	Q1	Q3	IQR
1.	Pengetahuan matematika untuk dapat menilai berbagai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model partitif.	2	3	3	3	3	3.00	3.00	3.00	0.00
2.	Pengetahuan matematika untuk menilai berbagai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model kuotatif.	2	3	3	3	3	3.00	3.00	3.00	0.00
3.	Pengetahuan matematika untuk menilai berbagai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai invers dari perkalian.	2	3	3	3	3	3.00	3.00	3.00	0.00

Dengan demikian, seluruh butir pengetahuan matematika khusus untuk PMM pembagian bilangan pecahan di sekolah dasar telah disepakati oleh narasumber yang menghasilkan sembilan butir pengetahuan matematika khusus untuk PMM pembagian bilangan pecahan di sekolah dasar. Enam butir diperoleh dari putaran pertama dan tiga butir dari putaran kedua. Tidak diperlukan lagi putaran selanjutnya untuk pengetahuan matematika khusus untuk PMM pembagian bilangan pecahan di sekolah dasar. Ketiga butir baru untuk kategori pengetahuan matematika khusus untuk PMM pembagian bilangan pecahan di sekolah dasar, ialah:

- Pengetahuan matematika untuk dapat menilai berbagai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model partitif.

- Pengetahuan matematika untuk menilai berbagai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model kuotatif.
- Pengetahuan matematika untuk menilai berbagai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai invers dari perkalian.

C. Identifikasi PMM Pembagian Bilangan Pecahan di Sekolah Dasar untuk Pengetahuan Matematika Wawasan

Pengetahuan matematika wawasan merupakan salah satu komponen dalam PMM yang terkait dengan pengetahuan matematika lanjut (*advanced*). Menurut Jacobsen, Thames, Ribeiro, & Delaney (2012) pengetahuan matematika wawasan diperlukan karena guru membutuhkan bekal pengetahuan matematika lanjut dari perspektif matematika elementer yang ia ajarkan, pengetahuan matematika lanjut tersebut memungkinkan guru memiliki (1) pemahaman terhadap peranan suatu topik dalam disiplin keilmuan yang lebih luas, (2) penanganan konsep secara intuitif, dan (3) sumber yang dibutuhkan untuk mengenali dan menggunakan pengetahuan matematika untuk mengajar. Meskipun demikian, menurut Mosvold & Fauskanger (2014) masih belum jelas sifat dan jenis pengetahuan matematika wawasan seperti apa yang terkait dengan pengajaran.

Pengetahuan matematika wawasan untuk mengajar pembagian bilangan pecahan merupakan pengetahuan matematika yang spesifik. Secara intuitif pengetahuan matematika wawasan yang dibutuhkan guru untuk mengajar pembagian bilangan pecahan ialah materi matematika lanjut yang terkait dengan bilangan pecahan. Dalam disertasinya Olanoff (2011) memaparkan tentang pengetahuan guru yang diperlukan untuk mengajar pembagian bilangan pecahan adalah pemahaman terhadap pembagian bilangan pecahan memerlukan pemahaman yang mendalam terhadap pengertian pecahan dan pembagian. Pemahaman terhadap bilangan pecahan dapat terjadi bilamana memiliki pemahaman terhadap bilangan rasional dan berbagai tafsiran yang disebut sub-konstruk. Tafsiran sub-konstruk tersebut meliputi (a) bilangan rasional merupakan bilangan pecahan yang dapat dibandingkan, dijumlah,

dikurangkan, dan sebagainya, (b) bilangan rasional adalah pecahan desimal yang bentuknya merupakan perluasan dari bilangan bulat, (c) bilangan rasional merupakan kelas ekuivalen dari pecahan, (d) bilangan rasional adalah bilangan yang berbentuk p/q , dengan p dan q bilangan bulat dan $q \neq 0$, (e) bilangan rasional adalah operator multiplikatif, (f) bilangan rasional merupakan unsur dari lapangan pembagianterurut tak berhingga (*infinite ordered quotient field*), yaitu berbentuk $x = p/q$ dengan x memenuhi persamaan $qx = p$, dan (g) bilangan rasional merupakan ukuran atau titik pada suatu garis bilangan. Bilangan rasional dapat ditafsirkan sebagai (1) bagian dari keseluruhan, dan satuan keseluruhan dapat berubah-ubah, (2) suatu bilangan pada garis bilangan, (3) operator (skalar) yang dapat mengerutkan atau meregangkan kuantitas lain, (4) pembagian dua bilangan bulat, (5) ukuran kecepatan, dan (6) ukuran rasio. Bilangan pecahan dan desimal merupakan bagian dari konsep lapangan multiplikatif dan dibentuk melalui proses perkalian dan pembagian bilangan bulat.

Materi bilangan pecahan yang didasari oleh konsep lapangan (*field*) seperti diuraikan di muka perlu dikuasai oleh calon guru atau guru yang mengajar bilangan pecahan di Sekolah Dasar. Dengan demikian, guru tersebut akan memiliki keluwesan dalam menjelaskan, memberikan contoh, dan memberikan tugas kepada siswanya dalam pengajaran bilangan pecahan. Berdasarkan kajian pustaka di atas terhadap pengetahuan matematika untuk mengajar pembagian bilangan pecahan untuk kategori pengetahuan matematika wawasan, kemudian dikembangkan pernyataan PMM untuk dinilai oleh para pakar pendidikan matematika sebagai narasumber. Hasil putaran pertama metoda Delphi untuk menjaring penilaian dan kesepakatan para pakar ditampilkan pada Tabel 3-6.

Tabel 3-6
Hasil Putaran Pertama Metoda Dephi
Pengetahuan Matematika Wawasan

No	Pernyataan PMM	Skor Narasumber					Nilai Konsensus			
		1	2	3	4	5	M	Q1	Q3	IQR
1.	Menjelaskan pengertian pecahan dipandang sebagai lapangan (<i>field</i>) bilangan rasional.	2	2	3	1	2	2.00	2.00	2.00	0.00
2.	Menjelaskan bilangan rasional sebagai bilangan pecahan yang dapat dibandingkan, dijumlah, dikurangkan, dan sebagainya.	2	2	3	1	3	2.00	2.00	3.00	1.00
3.	Menjelaskan bilangan rasional sebagai pecahan desimal yang bentuknya merupakan perluasan dari bilangan bulat.	2	2	3	1	3	2.00	2.00	3.00	1.00
4.	Menjelaskan bilangan rasional sebagai kelas ekuivalen dari pecahan, yaitu $\{1/2, 2/4, 3/6, \dots\}$ dan $\{2/3, 4/6, 6/9, \dots\}$ adalah bilangan pecahan.	2	2	3	1	2	2.00	2.00	2.00	0.00
5.	Menjelaskan bilangan rasional sebagai bilangan yang berbentuk p/q , dengan p dan q bilangan bulat dan $q \neq 0$.	2	2	3	1	3	2.00	2.00	3.00	1.00
6.	Menjelaskan bilangan rasional sebagai operator multiplikatif	1	2	3	1	3	2.00	1.00	3.00	2.00
7.	Menjelaskan bilangan rasional sebagai unsur dari lapangan pembagian terurut tak berhingga (<i>infinite ordered quotient field</i>), yaitu berbentuk $x = p/q$ dengan x memenuhi persamaan $qx = p$.	2	2	3	1	3	2.00	2.00	3.00	1.00
8.	Menjelaskan bilangan rasional sebagai ukuran atau titik pada suatu garis bilangan.	1	2	3	1	2	2.00	1.00	2.00	1.00
9.	Menjelaskan bilangan rasional yang ditafsirkan sebagai (1) bagian-dari	2	2	3	1	3	2.00	2.00	3.00	1.00

	keseluruhan, dan satuan keseluruhan dapat berubah-ubah, (2) suatu bilangan pada garis bilangan, (3) operator (skalar) yang dapat mengerutkan atau meregangkan kuantitas lain, (4) pembagian dua bilangan bulat, (5) ukuran kecepatan, dan (6) ukuran rasio.									
10.	Menjelaskan bilangan pecahan dan desimal sebagai bagian dari konsep lapangan multiplikatif dan dibentuk melalui proses perkalian dan pembagian bilangan bulat	2	2	3	1	3	2.00	2.00	3.00	1.00

Untuk pengetahuan matematika wawasan para narasumber sulit bersepakat. Dari 10 butir PMM, hanya dua saja yang disepakati, itu pun dengan median penilaian relevansi sebagai "relevan", bukan "sangat relevan" seperti untuk butir PMM yang disepakati pada kategori pengetahuan matematika umum dan khusus. Dua butir PMM yang disepakati tersebut ialah:

- Menjelaskan pengertian pecahan dipandang sebagai lapangan (*field*) bilangan rasional.
- Menjelaskan bilangan rasional sebagai kelas ekuivalen dari pecahan, yaitu $\{1/2, 2/4, 3/6, \dots\}$ dan $\{2/3, 4/6, 6/9, \dots\}$ adalah bilangan pecahan.

Tampaknya para narasumber mendasarkan pada pengetahuan intuitifnya bahwa guru dan calon guru yang akan mengajar pembagian bilangan pecahan tidak perlu diberikan materi yang sulit-sulit, kecuali materi tersebut benar-benar akan memperluas wawasan para guru terkait pembagian bilangan pecahan, seperti konsep lapangan dan kelas ekuivalen. Komentar narasumber mengenai PMM pembagian bilangan pecahan untuk kategori pengetahuan matematika wawasan ialah:

... [guru] tidak perlu terlalu banyak dibebani dengan materi yang sulit dipelajari. Tidak perlu memahami tentang bilangan rasional secara detail.

Seorang narasumber juga menuliskan sebagai berikut:

Kompetensi menjelaskan bilangan rasional sebagai bilangan pecahan yang dapat dibandingkan, dijumlahkan, dikurangkan, dan sebagainya kurang

relevan dimiliki oleh seorang guru Sekolah Dasar untuk mengajarkan matematika. Karena bilangan rasional belum diberikan di Sekolah Dasar. Kompetensi tersebut dapat digunakan untuk pengajaran pengayaan bagi siswa. Berdasarkan Kurikulum 2013, materi tersebut disampaikan melalui suatu tema yang diberikan pada siswa kelas VI.

Frasa "bilangan rasional belum diberikan di sekolah dasar" pada komentar di atas menyadarkan peneliti bahwa kata "menjelaskan" kurang tepat dan dapat dimaknai lain oleh para narasumber. Pada awalnya, peneliti menggunakan kata "menjelaskan" sesuai dengan penulisan tujuan kompetensi yang disepakati oleh para pendidik (khususnya pada bidang ilmu teknologi pendidikan). Melalui penjelasan sejawat, penulis mendapat penjelasan bahwa di kalangan peneliti pendidikan matematika di Indonesia kata "menjelaskan" itu untuk "guru menjelaskan kepada siswa", sedangkan untuk kompetensi guru kata yang sering dipakai adalah "memahami" dan kata ini sudah mencakup kemampuan menjelaskan, menghitung, menerapkan, dan sebagainya. Berdasarkan pengertian ini, peneliti merevisi butir PMM yang mengandung kata "menjelaskan" menjadi "memahami". Selain itu, pada bagian pengantar putaran kedua metoda Delphi, peneliti mencantumkan penjelasan berikut:

Butir-butir yang Ibu/Bapak nilai adalah pernyataan kompetensi yang menurut Ibu/Bapak perlu dimiliki oleh guru yang **mengajar** pembagian bilangan pecahan di SD sesuai dengan kurikulum 2013. Jadi, bukan kompetensi yang perlu dimiliki oleh siswa yang **belajar** pembagian bilangan pecahan.

Peneliti juga melihat kesenjangan skor yang besar antar narasumber. Misalnya, pada Tabel 3-6 narasumber nomor 3 memberikan skor tiga terhadap semua butir PMM kategori pengetahuan matematika wawasan. Sebaliknya, narasumber nomor 4 memberikan skor 1 untuk semua butir tersebut. Dari data riwayat hidup, diperoleh keterangan bahwa narasumber nomor 3 merupakan pakar yang mendapat banyak pendidikan dalam matematika murni, sedangkan narasumber nomor 4 banyak menerima pendidikan dalam ilmu pendidikan. Sebagai upaya mendekatkan pandangan kedua pakar tersebut terhadap PMM, peneliti mencantumkan penjelasan berikut pada bagian pengantar putaran kedua metoda Delphi:

Jika Ibu/Bapak menilai suatu kompetensi perlu dimiliki oleh seorang guru yang mengajar bilangan pecahan di SD, mohon dipertimbangkan **pada situasi apa dan bagaimana** kompetensi tersebut dibutuhkan oleh guru yang mengajar pembagian bilangan pecahan di SD sesuai dengan Kurikulum 2013.

Seorang narasumber mengusulkan butir PMM yang perlu disertakan, yaitu memahami pembagian sebagai invers perkalian. Narasumber tersebut memberikan alasan mengapa PMM ini penting dengan penjelasan sebagai berikut:

Jika aspek pedagogis memungkinkan untuk menjelaskan kepada anak secara bermakna bahwa

$$a : b = \frac{a}{b} = \frac{axb^{-1}}{bxb^{-1}} = axb^{-1}$$

akan mengembangkan pola berpikir abstrak

Dengan beberapa revisi dan tambahan perbaikan terhadap butir-butir yang belum disepakati pada putaran pertama dan butir baru yang diusulkan narasumber, semua butir-butir tersebut disertakan dalam metoda Delphi putaran kedua. Hasil putaran kedua disajikan pada Tabel 3-7.

Hasil putaran kedua menunjukkan bahwa hanya dua butir yang disepakati oleh narasumber, yaitu:

- Memahami bilangan rasional sebagai bilangan pecahan yang dapat dibandingkan, dijumlah, dikurangkan, dan sebagainya
- Memahami pembagian sebagai invers perkalian, yaitu: $a : b = \frac{a}{b} = \frac{axb^{-1}}{bxb^{-1}} = axb^{-1}$

Tujuh butir PMM lainnya dalam kategori ini tidak disepakati.

Tabel 3-7
Hasil Putaran Kedua Metoda Dephi
Pengetahuan Matematika Wawasan

No	Pernyataan PMM	Skor Narasumber					Nilai Konsensus			
		1	2	3	4	5	M	Q1	Q3	IQR
1.	Memahami bilangan rasional sebagai bilangan pecahan yang dapat dibandingkan, dijumlah, dikurangkan, dan sebagainya.	2	3	3	3	3	3.00	3.00	3.00	0.00
2.	Memahami bilangan rasional sebagai pecahan desimal yang bentuknya merupakan perluasan dari bilangan bulat.	2	2	3	3	3	3.00	2.00	3.00	1.00
3.	Memahami bilangan rasional sebagai bilangan yang berbentuk p/q , dengan p dan q bilangan bulat dan $q \neq 0$.	2	2	3	3	3	3.00	2.00	3.00	1.00
4.	Memahami bilangan rasional sebagai operator multiplikatif	1	2	3	3	2	2.00	2.00	3.00	1.00
5.	Memahami bilangan rasional sebagai unsur dari lapangan pembagian terurut tak berhingga (<i>infinite ordered quotient field</i>), yaitu berbentuk $x = p/q$ dengan x memenuhi persamaan $qx = p$.	2	2	3	2	3	2.00	2.00	3.00	1.00
6.	Memahami bilangan rasional sebagai ukuran atau titik pada suatu garis bilangan.	2	2	3	3	3	3.00	2.00	3.00	1.00
7.	Memahami bilangan rasional yang ditafsirkan sebagai (1) bagian-dari keseluruhan, dan satuan keseluruhan dapat berubah-ubah, (2) suatu bilangan pada garis bilangan, (3) operator (skalar) yang dapat mengerutkan atau meregangkan kuantitas lain, (4) pembagian dua bilangan bulat, (5) ukuran kecepatan, dan (6) ukuran rasio	2	2	3	3	3	3.00	2.00	3.00	1.00

8.	Memahami bilangan pecahan dan desimal sebagai bagian dari konsep lapangan multiplikatif dan dibentuk melalui proses perkalian dan pembagian bilangan bulat.	2	2	3	2	3	2.00	2.00	3.00	1.00
9.	Memahami pembagian sebagai invers perkalian, yaitu: $a : b = \frac{a}{b} = \frac{axb^{-1}}{bxb^{-1}} = axb^{-1}$	1	3	3	3	3	3.00	3.00	3.00	0.00

Untuk mengetahui apakah diperlukan putaran selanjutnya dilakukan pengujian stabilitas skor. Pengujian ini menggunakan korelasi peringkat Spearman. Jika nilai korelasi antara skor para narasumber pada putaran pertama dan kedua untuk suatu butir bernilai signifikan berarti respons atau penilaian narasumber terhadap butir tersebut tidak berubah signifikan atau penilaian sudah stabil. Dalam hal ini tidak perlu atau tidak berguna melaksanakan putaran selanjutnya. Jika sebaliknya maka penilaian dari narasumber terhadap butir tersebut masih berubah-ubah. Tabel 3-8 menunjukkan bahwa semua butir yang belum disepakati pada putaran kedua memiliki koefisien korelasi peringkat Spearman yang signifikan pada taraf 0,05 dengan nilai kritis 0,90 untuk $n = 5$. Dengan demikian tidak perlu putaran ketiga dan butir-butir yang tidak disepakati pada putaran kedua tidak disertakan sebagai PMM pembagian bilangan pecahan di SD berdasarkan Kurikulum 2013.

Tabel 3-8
Stabilitas Skor Butir Putaran Pertama dan Kedua
Pada Nomor Butir yang Tidak Disepakati

Nomor Butir		NS 1		NS 2		NS 3		NS 4		NS 5		Stabilitas (r_s)
Ptr 1	Ptr 2	Ptr 1	Ptr 2	Ptr 1	Ptr 2	Ptr 1	Ptr 2	Ptr 1	Ptr 2	Ptr 1	Ptr 2	
15	5	2	2	2	2	3	3	2	3	3	3	0.95
17	6	2	2	2	2	3	3	2	3	3	3	0.95
18	7	1	1	2	2	3	3	2	3	3	2	0.95
19	8	2	2	2	2	3	3	2	2	3	3	0.95
20	9	1	2	2	2	3	3	2	2	2	3	0.90
21	10	2	2	2	2	3	3	2	3	3	3	0.95
22	11	2	2	2	2	3	3	2	2	3	3	1.00

BAB V

KESIMPULAN DAN REKOMENDASI

A. Kesimpulan

Hasil penelitian disimpulkan sebagai berikut:

1. Identifikasi PMM pembagian bilangan pecahan di sekolah dasar untuk kategori pengetahuan matematika umum menghasilkan tiga butir PMM, yaitu (1) operasi hitung yang melibatkan berbagai bentuk pecahan (pecahan biasa, campuran, desimal dan persen), (2) menguraikan suatu bilangan pecahan sebagai hasil penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian dua buah pecahan yang dinyatakan dalam desimal dan persen, (3) menyelesaikan soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan.
2. Identifikasi PMM pembagian bilangan pecahan di sekolah dasar untuk kategori pengetahuan matematika umum menghasilkan sembilan butir PMM, yaitu: (1) memahami pembagian sebagai model partitif, (2) membuat soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model partitif, (3) menjelaskan pembagian sebagai model kuotatif, (4) membuat soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model kuotatif, (5) menjelaskan pembagian sebagai balikan (inverse) dari perkalian, (6) membuat soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai balikan dari perkalian, (7) pengetahuan matematika untuk dapat menilai berbagai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model partitif, (8) pengetahuan matematika untuk menilai berbagai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model kuotatif, dan (9) pengetahuan matematika untuk menilai berbagai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai invers dari perkalian.
3. Identifikasi PMM pembagian bilangan pecahan di sekolah dasar untuk kategori pengetahuan matematika wawasan menghasilkan empat butir PMM, yaitu: (1)

menjelaskan pengertian pecahan dipandang sebagai lapangan (field) bilangan rasional, (2) menjelaskan bilangan rasional sebagai kelas ekuivalen dari pecahan, yaitu $\{1/2, 2/4, 3/6, \dots\}$ dan $\{2/3, 4/6, 6/9, \dots\}$ adalah bilangan pecahan, (3) memahami bilangan rasional sebagai bilangan pecahan yang dapat dibandingkan, dijumlah, dikurangkan, dan sebagainya, (4) memahami pembagian sebagai invers perkalian, yaitu: $a:b = \frac{a}{b} = \frac{axb^{-1}}{bxb^{-1}} = axb^{-1}$

B. Rekomendasi

1. Pernyataan kompetensi PMM hasil penelitian ini perlu diikuti dengan pengembangan instruksional berikutnya dan implementasinya kepada guru-guru SD. Langkah tersebut akan menjadi kajian untuk verifikasi PMM pembagian bilangan pecahan di SD untuk menilai kontribusi PMM pembagian bilangan pecahan yang dimiliki guru SD berkontribusi terhadap hasil belajar siswanya.
2. Model identifikasi PMM yang dikembangkan dalam penelitian ini dapat diterapkan untuk mengidentifikasi PMM materi matematika lainnya pada berbagai jenjang pendidikan untuk berbagai kurikulum yang digunakan. Bahkan, peneliti berharap model ini dapat juga diterapkan untuk identifikasi kebutuhan pengetahuan guru untuk pengajaran bidang materi lain selain matematika.

DAFTAR PUSTAKA

- Ball, D. L., Bass, H., Sleep, L., & Thames, M. (2005). *A theory of mathematical knowledge for teaching*. Paper presented at the The Fifteenth ICMI Study: The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics, 15-21 May 2005, State University of Sao Paulo at Rio Claro, Brazil. Diambil dari: http://stwww.weizmann.ac.il/G-math/ICMI/log_in.html.
- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, K., Neubrand, M., Tsai, Y. (2010). "Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress", *American Educational Research Journal*, March 2010, Vol. 47, No. 1, pp. 133–180.
- Delaney, F.D. (2008). Adapting and using U.S. measures to study Irish teachers' mathematical knowledge for teaching, A dissertation submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy (Education) in The University of Michigan 2008.
- Demir, I. & Kilic, S. (2010). "Using PISA 2003, examining the factors affecting students' mathematics achievement." *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi (H. U. Journal of Education)* 38:44-54. Diambil dari: <http://www.efdergi.hacettepe.edu.tr/english/abstracts/38/pdf/%C4%B0BRAH%C4%B0M%20DEM%C4%B0R.pdf>
- Ferron, J., Hess, Melinda R., Hogarty, Kris Y., Dedrick, Robert F., Kromrey, Jeffery D., Lang, Thomas R., Niles, J. (2004). *Hierarchical Linear Modeling: A Review of Methodological Issues and Applications*, Paper presented at the 2004 annual meeting of the American Educational Research Association,
- Gencturk, Y.C. (2012). Teachers' mathematical knowledge for teaching, instructional practices, and student outcomes. Dissertation, Submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy in Secondary and Continuing Education in the Graduate College of the University of Illinois at Urbana-Champaign. Diambil dari: https://www.ideals.illinois.edu/bitstream/handle/2142/31173/CopurGencturk_Yasemin.pdf?sequence=1
- Gleason, J. (2010). Reliability of the content knowledge for teaching-mathematics instrument for pre-service teachers, *IUMPST: The Journal. Vol. 1 (Content Knowledge)*, January 2010. [www.k-12prep.math.ttu.edu]
- Hill, H.C., Schilling, S.G., & Ball, D.L. (2004) Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. *Elementary School Journal* 105, 11-30.
- Kiamanesh, A.R. (2004). "Factors affecting Iranian students' achievement in mathematics." Diunduh 14 Juni 2013 dari: http://www.iea.nl/fileadmin/user_upload/IRC/IRC_2004/Papers/IRC2004_Kiamanesh.pdf
- Kompas, 14/12/2012. "Prestasi Sains dan Matematika Indonesia Menurun", diambil dari: <http://edukasi.kompas.com/read/2012/12/14/09005434/Prestasi.Sains.dan.Matematika.Indonesia.Menurun>
- Lai, H. (2008). Exploring factors affecting math achievement using large scale assessment results in Saskatchewan. *A Thesis Submitted to the College of Graduate Studies and*

- Research In Partial Fulfillment of the Requirements For the Degree of Master of Education In the Department of Educational Psychology and Special Education University of Saskatchewan Saskatoon, SK.* Diambil dari: http://ecommons.usask.ca/bitstream/handle/10388/etd-09102008-122833/H_Lai_Thesis.pdf?sequence=1.
- Lamb, S. & Fullarton, S. (2001). "Classroom And School Factors Affecting Mathematics Achievement: a Comparative Study of the US and Australia Using TIMSS". Diambil dari: http://research.acer.edu.au/timss_monographs/10
- Metzler, J., & Woessmann, L. (2010). *The impact of teacher subject knowledge on student achievement: Evidence from within-teacher within-student variation*. IZA Discussion Paper No. 4999 June 2010. Diambil dari: <http://ftp.iza.org/dp4999.pdf>.
- Mosvold, R. & Fauskanger, J. (2014). Teachers' beliefs about mathematical horizon content knowledge. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, September 25th, pp. 1-16.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).(1991). *Assessment standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Ng, D., Mosvold, R., & Fauskanger, J. (2012). "Translating and Adapting the Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) Measures: The Cases of Indonesia and Norway", *The Mathematics Enthusiast*, ISSN 1551-3440, Vol. 9, nos.1&2, pp.149-178.
- Okoli, C., & Pawlowski, Suzanne, D. (2004). The delphi method as a research tool: An example, design considerations and applications, *Information & Management*, Volume 42, Issue 1, December 2004, Pages 15–29. Diunduh 19 Juni 2013, dari: <http://dx.doi.org/10.1016/j.im.2003.11.002>
- Olanoff, Dana E. (2011). "Mathematical Knowledge for Teaching Teachers: The Case of Multiplication and Division of Fractions", *Mathematics - Dissertations*. Paper 64.
- Pengumumanun.com .(2013). *Rekap kelulusan UN SD di Yogyakarta*. Diambil dari dari: <http://www.pengumumanun.com/2013/06/rekap-hasil-kelulusan-un-sd-yogya.html>
- Saritas, T. & Akdemir, O. (2009). "Identifying Factors Affecting the Mathematics Achievement of Students for Better Instructional Design", *International Journal of Intructional Technology and Distance Learning*, diiambil dari: http://www.itdl.org/Journal/Dec_09/article03.htm
- SatuNews.com. (2013). *Kelulusan SD di Jakarta 100 persen*. Diambil dari dari: <http://www.asatunews.com/berita-2789-tingkat-kelulusan-sd-di-jakarta-100-persen.html>

- Shadiq, F. (2013). "Peran penting guru matematika dalam mencerdaskan siswanya", APRIL 28, 2013 in ARTIKEL, PENDIDIKAN <http://p4tkmatematika.org/2013/04/peran-penting-guru-matematika-dalam-mencerdaskan-siswanya/>
- Shin, J., Lee, H., & Kim, Y. (2009). "Student and School Factors Affecting Mathematics Achievement International Comparisons Between Korea, Japan and the USA", *School Psychology International* October 2009 vol. 30 no. 5 520-537.
- Suyanto. (2013). "Guru dalam pembelajaran". *Kompas*, 1/04/2013. Diambil dari: <http://regional.kompas.com/read/2013/04/01/02225375/twitter.com>

Lampiran 1

SURAT PENGANTAR DARI TIM PENELITIAN

Yth. Ibu dan Bapak Narasumber Penelitian

Kami menyampaikan terima kasih atas kesediaan Ibu/Bapak berpartisipasi dalam penelitian yang kami laksanakan. Penelitian yang kami kerjakan berjudul **“Identifikasi dan Verifikasi Pengetahuan Matematika untuk Mengajar Pembagian Bilangan Pecahan di Sekolah Dasar”** yang akan kami laksanakan dalam dua tahapan penelitian, yaitu **tahap identifikasi** dan **tahap verifikasi**. Tahapan penelitian yang Ibu/Bapak ikuti ini merupakan tahapan identifikasi. Langkah-langkah yang kami tempuh dalam pelaksanaan penelitian tahap identifikasi ini, ialah:

- Pertama, kajian teoretik untuk **identifikasi awal** mengenai pengetahuan isi matematika yang dibutuhkan guru untuk mengajar pembagian bilangan pecahan di sekolah dasar. Pada langkah ini kami menemukan bahwa pengetahuan matematika untuk mengajar pembagian bilangan pecahan di sekolah dasar dapat digolongkan dalam tiga kategori, yaitu: (1) **pengetahuan isi materi umum** (*common content knowledge*), (2) **pengetahuan isi materi khusus** (*specialized content knowledge*), dan (3) **pengetahuan isi materi wawasan** (*horizon content knowledge*).
- Kedua berupa **pengembangan pernyataan kompetensi** untuk merinci pengetahuan dari masing-masing kategori dalam pengetahuan isi matematika yang dibutuhkan guru untuk mengajar pembagian bilangan pecahan.
- Langkah ketiga berupa **pematangan-pernyataan kompetensi** sebagai rincian pengetahuan matematika untuk mengajar melalui langkah pengujian apakah pengetahuan tersebut memang dibutuhkan oleh para guru untuk mengajar pembagian bilangan pecahan di sekolah dasar. Langkah ini dilakukan melalui **survey Delphi untuk menjangkau kesepakatan para pakar pendidikan matematika** mengenai relevansi rincian pengetahuan matematika dengan kebutuhan pengetahuan guru untuk mengajar pembagian bilangan pecahan. Ibu/Bapak, sebagai nara sumber kami, merupakan bagian dari langkah penelitian ini. Langkah ini direncanakan dilaksanakan dalam dua putaran untuk memberikan kesempatan kepada Ibu/Bapak merevisi pendapat setelah melihat pendapat para pakar lainnya.

Selanjutnya perkenankan kami menyampaikan beberapa pengertian yang Ibu/Bapak akan gunakan untuk mengisi kuesioner di bawah ini.

- Pengetahuan materi matematika **umum** merupakan penguasaan guru terhadap materi matematika yang diajarkan di kelas. Dalam hal ini, pengetahuan tersebut meliputi pengetahuan matematika yang tercantum dalam kurikulum yang ditujukan untuk siswa sekolah dasar. Misalnya, para guru yang mengajarkan pembagian bilangan pecahan perlu memiliki pengetahuan matematika untuk menyelesaikan soal seperti “Berapakah a jika $(a/4) : 3/8 = 1/4$?” karena pengetahuan seperti itu akan diajarkan dan harus dikuasai oleh siswa yang akan diajari oleh guru tersebut.
- Pengetahuan materi matematika **khusus** merupakan penguasaan guru terhadap materi matematika yang dibutuhkan untuk mengajarkan materi matematika tersebut di kelas. Pengetahuan matematika dalam kategori ini merupakan pengetahuan matematika yang khusus harus dikuasai oleh guru yang mengajarkan matematika di sekolah dasar. Sebagai contoh, pengetahuan bahwa pembagian bilangan pecahan dapat dijelaskan sebagai “pengurangan berulang oleh pembagi sampai yang dibagi habis” merupakan pengetahuan matematika yang dibutuhkan guru yang akan mengajarkan pembagian bilangan pecahan di sekolah dasar. Dengan pengetahuan seperti itu, guru dapat menjelaskan kepada siswa bahwa $5 \frac{1}{2} : 1/2 = 11$ dijelaskan sebagai pengurangan $5 \frac{1}{2}$ oleh $\frac{1}{2}$ sebanyak 11 kali sampai tersisa 0.
- Pengetahuan isi materi **wawasan** matematika merupakan penguasaan guru terhadap kaitan suatu topik yang diajarkan dengan topik matematika lainnya di luar yang tercakup dalam kurikulum. Pengetahuan matematika dalam kategori ini memungkinkan guru memiliki pemahaman yang lebih dalam terhadap materi yang diajarkan melebihi pengetahuan yang diajarkan kepada siswanya.

Ibu/Bapak diharapkan dapat memberikan pendapat mengenai **relevansi pernyataan pengetahuan matematika dengan kebutuhan guru untuk mengajar pembagian bilangan pecahan di sekolah dasar** dengan cara memberikan tanda cek (√) yang kami sediakan. Kami juga menyediakan kolom komentar yang dapat Ibu/Bapak isi terutama bila dinilai pernyataan pengetahuan tersebut kurang relevan. Terima kasih atas bantuan Ibu/Bapak, mudah-mudahan yang kita lakukan memberikan kontribusi terhadap perkembangan pendidikan matematika di tanah air.

Salam hormat,

Tim Peneliti

IDENTIFIKASI KOMPETENSI PENGETAHUAN MATEMATIKA UNTUK MENGAJAR PEMBAGIAN BILANGAN PECAHAN DI SEKOLAH DASAR (Putaran Pertama)

Petunjuk: Mohon terlebih dahulu membaca surat pengantar dari Tim Peneliti. Selanjutnya, berikan tanda cek (✓) pada salah satu kolom relevansi untuk menunjukkan tingkat relevansi Kompetensi Pengetahuan Matematika yang Dibutuhkan untuk mengajar Pembagian Bilangan Pecahan di Sekolah Dasar

Kompetensi Pengetahuan Matematika yang Dibutuhkan untuk mengajar Pembagian Bilangan Pecahan di Sekolah Dasar	Relevansi			Komentar
	Kurang Relevan	Relevan	Sangat Relevan	
A. Kompetensi Pengetahuan Isi Matematika Umum yang Tercantum dalam Kurikulum 2013 pada Materi Pembagian Bilangan Pecahan di SD				
1. Mengerjakan operasi hitung yang melibatkan berbagai bentuk pecahan (pecahan biasa, campuran, desimal dan persen)				
2. Menguraikan suatu bilangan pecahan sebagai hasil penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian dua buah pecahan yang dinyatakan dalam desimal dan persen dengan berbagai kemungkinan jawaban				
3. Menyelesaikan soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan.				
B. Kompetensi Pengetahuan Matematika Khusus yang Dibutuhkan untuk Mengajarkan Pembagian Bilangan Pecahan di SD				
4. Menjelaskan pembagian sebagai model partitif, yaitu memandang pembagian sebagai berbagi sejumlah obyek kepada beberapa pihak untuk menentukan berapa banyak obyek yang diperoleh oleh masing-masing pihak. Misalnya $7\frac{1}{2} : 5$ dipandang sebagai membagikan $7\frac{1}{2}$ hal kepada 5 pihak dan mendapatkan setiap pihak sebanyak $1\frac{1}{2}$.				

Kompetensi Pengetahuan Matematika yang Dibutuhkan untuk mengajar Pembagian Bilangan Pecahan di Sekolah Dasar	Relevansi			Komentar
	Paling Relevan	Kurang Relevan	Sangat Relevan	
5. Membuat soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model partitif.				
6. Menilai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model partitif.				
7. Menjelaskan pembagian sebagai model kuotatif, yaitu memandang pembagian sebagai pengurangan berulang sampai besaran yang dibagikan habis dan menentukan berapa kali pengurangan dilakukan. Misalnya, $7\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}$ dipandang sebagai pengurangan berulang oleh $2\frac{1}{2}$ terhadap $7\frac{1}{2}$ dan mendapatkan 3 kali pengurangan.				
8. Membuat soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model kuotatif.				
9. Menilai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model kuotatif.				
10. Menjelaskan pembagian sebagai balikan (inverse) dari perkalian. Misalnya, $6\frac{1}{2} : 3\frac{1}{4}$ dipandang sebagai persoalan menghitung luas persegipanjang bilamana diketahui panjangnya. Suatu persegipanjang memiliki luas $6\frac{1}{2}$ meter. Jika panjang persegipanjang tersebut $3\frac{1}{4}$ meter, berapa lebar persegipanjang tersebut? Pada dasarnya ini merupakan pertanyaan, berapa yang harus dikalikan dari $3\frac{1}{4}$ untuk mendapatkan $6\frac{1}{2}$?				
11. Membuat soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai balilkan dari perkalian.				
12. Menilai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai pembagian bilangan pecahan sebagai balilkan dari perkalian.				
C. Kompetensi Pengetahuan Isi Matematika Wawasan				

Kompetensi Pengetahuan Matematika yang Dibutuhkan untuk mengajar Pembagian Bilangan Pecahan di Sekolah Dasar	Relevansi			Komentar
	Kurang Relevan	Relevan	Sangat Relevan	
13. Menjelaskan pengertian pecahan dipandang sebagai lapangan (<i>field</i>) bilangan rasional.				
14. Menjelaskan bilangan rasional sebagai bilangan pecahan yang dapat dibandingkan, dijumlah, dikurangkan, dan sebagainya.				
15. Menjelaskan bilangan rasional sebagai pecahan desimal yang bentuknya merupakan perluasan dari bilangan bulat.				
16. Menjelaskan bilangan rasional sebagai kelas ekuivalen dari pecahan, yaitu $\{1/2, 2/4, 3/6, \dots\}$ dan $\{2/3, 4/6, 6/9, \dots\}$ adalah bilangan pecahan.				
17. Menjelaskan bilangan rasional sebagai bilangan yang berbentuk p/q , dengan p dan q bilangan bulat dan $q \neq 0$.				
18. Menjelaskan bilangan rasional sebagai operator multiplikatif				
19. Menjelaskan bilangan rasional sebagai unsur dari lapangan pembagian terurut tak berhingga (<i>infinite ordered quotient field</i>), yaitu berbentuk $x = p/q$ dengan x memenuhi persamaan $qx = p$.				
20. Menjelaskan bilangan rasional sebagai ukuran atau titik pada suatu garis bilangan.				
21. Menjelaskan bilangan rasional yang ditafsirkan sebagai (1) bagian-dari keseluruhan, dan satuan keseluruhan dapat berubah-ubah, (2) suatu bilangan pada garis bilangan, (3) operator (skalar) yang dapat mengerutkan atau meregangkan kuantitas lain, (4) pembagian dua bilangan bulat, (5) ukuran kecepatan, dan (6) ukuran rasio.				

Kompetensi Pengetahuan Matematika yang Dibutuhkan untuk mengajar Pembagian Bilangan Pecahan di Sekolah Dasar	Relevansi			Komentar
	Kurang Relevan	Relevan	Sangat Relevan	
22. Menjelaskan bilangan pecahan dan desimal sebagai bagian dari konsep lapangan multiplikatif dan dibentuk melalui proses perkalian dan pembagian bilangan bulat.				

Terimakasih atas partisipasi Anda dalam penelitian kami

Lampiran 2

SURAT PENGANTAR DARI TIM PENELITIAN

Yth. Ibu dan Bapak Narasumber Penelitian

Kami menyampaikan terima kasih atas kontribusi Ibu/Bapak pada putaran pertama. Kami mendapat masukan yang sangat berharga, misalnya terdapat butir-butir baru. Selain itu, butir yang belum disepakati telah kami rephrasing sehingga lebih jelas maksudnya. **Butir yang belum disepakati dan butir baru** itu kami sampaikan untuk mendapat penilaian pada **putaran kedua** ini. Berikut ini kami sampaikan beberapa hal untuk klarifikasi sebagai bahan pertimbangan dalam memberikan pendapat, yaitu:

- Butir-butir yang Ibu/Bapak nilai adalah pernyataan kompetensi yang menurut Ibu/Bapak perlu dimiliki oleh guru yang **mengajar** pembagian bilangan pecahan di SD sesuai dengan kurikulum 2013. Jadi, bukan kompetensi yang perlu dimiliki oleh siswa yang **belajar** pembagian bilangan pecahan.
- Jika Ibu/Bapak menilai suatu kompetensi perlu dimiliki oleh seorang guru yang mengajar bilangan pecahan di SD, mohon dipertimbangkan **pada situasi dan bagaimana** kompetensi tersebut dibutuhkan oleh guru yang mengajar pembagian bilangan pecahan di SD sesuai dengan Kurikulum 2013.
- Penelitian ini hanya terkait dengan **pengetahuan matematika** saja. Kami menyadari bahwa untuk mengajar, seorang guru memerlukan pengetahuan lain di luar pengetahuan matematika.

Terimakasih atas bantuan Ibu/Bapak, mudah-mudahan yang kita lakukan memberikan kontribusi terhadap perkembangan pendidikan matematika di tanah air.

Salam hormat,

Tim Penelitian

IDENTIFIKASI KOMPETENSI PENGETAHUAN MATEMATIKA UNTUK MENGAJAR PEMBAGIAN BILANGAN PECAHAN DI SEKOLAH DASAR (Putaran Kedua)

Petunjuk: Mohon terlebih dahulu membaca surat pengantar dari Tim Peneliti. Selanjutnya, berikan tanda cek (✓) pada salah satu kolom relevansi untuk menunjukkan tingkat relevansi Kompetensi Pengetahuan Matematika yang Dibutuhkan untuk mengajar Pembagian Bilangan Pecahan di Sekolah Dasar

Kompetensi Pengetahuan Matematika yang Dibutuhkan untuk mengajar Pembagian Bilangan Pecahan di Sekolah Dasar	Relevansi			Komentar
	Kurang Relevan	Relevan	Sangat Relevan	
1. Pengetahuan matematika untuk dapat menilai berbagai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model partitif.				
2. Pengetahuan matematika untuk menilai berbagai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai model kuotatif.				
3. Pengetahuan matematika untuk menilai berbagai jawaban/penyelesaian siswa terhadap soal cerita yang melibatkan pembagian bilangan pecahan sebagai pembagian bilangan pecahan sebagai invers dari perkalian.				
4. Memahami bilangan rasional sebagai bilangan pecahan yang dapat dibandingkan, dijumlah, dikurangkan, dan sebagainya.				
5. Memahami bilangan rasional sebagai				

pecahan desimal yang bentuknya merupakan perluasan dari bilangan bulat.				
6. Memahami bilangan rasional sebagai bilangan yang berbentuk p/q , dengan p dan q bilangan bulat dan $q \neq 0$.				
7. Memahami bilangan rasional sebagai operator multiplikatif				
8. Memahami bilangan rasional sebagai unsur dari lapangan pembagian terurut tak berhingga (infinite ordered quotient field), yaitu berbentuk $x = p/q$ dengan x memenuhi persamaan $qx = p$.				
9. Memahami bilangan rasional sebagai ukuran atau titik pada suatu garis bilangan.				
10. Memahami bilangan rasional yang ditafsirkan sebagai (1) bagian-dari keseluruhan, dan satuan keseluruhan dapat berubah-ubah, (2) suatu bilangan pada garis bilangan, (3) operator (skalar) yang dapat mengerutkan atau meregangkan kuantitas lain, (4) pembagian dua bilangan bulat, (5) ukuran kecepatan, dan (6) ukuran rasio.				
11. Memahami bilangan pecahan dan desimal sebagai bagian dari konsep lapangan multiplikatif dan dibentuk melalui proses perkalian dan pembagian bilangan bulat.				
12. Memahami pembagian sebagai invers perkalian, yaitu: $a : b = \frac{a}{b} = \frac{axb^{-1}}{bxb^{-1}} = axb^{-1}$				

Terimakasih atas partisipasi Anda dalam penelitian kami

